МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ГОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Начертательная геометрия»
для подготовки бакалавров

Владикавказ, 2021

УДК 514.18 (075)
ББК 22.151.3

Составители:

Сужаев Л.П., Агузаров А.М., Тхапсаев В.А.

Рецензент – *Э.К. Гутиев,* ФГБОУ ВО «Горский ГАУ»,
зав. каф. «Транспортные машины и ТТП», к.т.н., доцент

Сужаев Л.П., Агузаров А.М., Тхапсаев В.А. Начертательная геометрия / Учебно-методическое пособие / Л.П. Сужаев, А.М. Агузаров, В.А. Тхапсаев. – Владикавказ: Издательство ФГБОУ ВО «Горский госагроуниверситет», 2021, – 88с.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов, изучающих дисциплину «Начертательная геометрия». Изложено краткое содержание основных разделов теоретического курса, приведены вопросы для самопроверки, представлен список рекомендуемой литературы. Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям подготовки: 35.03.06 «Агроинженерия», 23.03.01 «Технология транспортных процессов», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов». Данное издание подготовлено по дисциплине «Начертательная геометрия» в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами высшего образования: №813 от 23 августа 2017 г., №911 от 7 августа 2020 г. и №916 от 7 августа 2020 г.

Рекомендовано Центральным учебно-методическим советом ФГБОУ ВО Горский ГАУ в качестве учебно-методического пособия к практическим и лабораторным занятиям по начертательной геометрии от 30 сентября 2021 г. протокол № 1

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Начертательная геометрия» является фундаментальной дисциплиной в подготовке дипломированного специалиста широкого профиля. Это одна из основных дисциплин общеинженерного цикла. Начертательная геометрия является теоретической основой построения технических чертежей, которые представляют собой полные графические модели конкретных инженерных изделий.

Задача изучения начертательной геометрии сводится к развитию пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического мышления, способностей к анализу и синтезу пространственных форм и отношений, изучению способов конструирования различных геометрических пространственных объектов, способов получения их чертежей на уровне графических моделей, и умению решать на этих чертежах задачи, связанные с пространственными объектами и их зависимостями.

Данное учебно-методическое пособие составлено в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами высшего образования и предназначено для подготовки бакалавров по направлениям 35.03.06 – «Агроинженерия», 23.03.01 «Технология транспортных процессов», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов».

1. ВВЕДЕНИЕ. МЕТОД ПРОЕКЦИЙ. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ

1.1. Предмет начертательной геометрии и её основной метод

Начертательная геометрия – это одна из учебных дисциплин составляющих основу инженерного образования, знание которой необходимо как при изучении студентами других технических дисциплин в университете, так и в последующей инженерной деятельности.

Начертательной геометрией называется раздел геометрии, в которой излагаются и обосновываются методы построения чертежей пространственных форм, а также методы решения на этих чертежах геометрических задач.

В отличии от других областей геометрии, решение задач способами начертательной геометрии осуществляется графическим путем.

Являясь теоретической основой черчения, начертательная геометрия учит грамотно владеть выразительным техническим языком – языком чертежа, создавать чертежи и свободно читать их.

Правила построения изображений, изучаемые в начертательной геометрии, основаны на методе проекций.

1.2. Метод проекций

В основу построения изображений в начертательной геометрии и техническом черчении положена операция проецирования («проецирование» от лат. projicere – бросать вперед, вдоль), которая заключается в следующем: чтобы спроецировать некоторую точку А пространства на плоскость П, через эту точку проводим прямую, называемую **проецирующей прямой** (лучем), до пересечения с плоскостью проекций П. Точка A_1 пересечения проецирующей прямой с плоскостью проекций называется **проекцией точки А на плоскость П.**

В зависимости от способа проведения проецирующих прямых проецирование разделяется на центральное и параллельное.

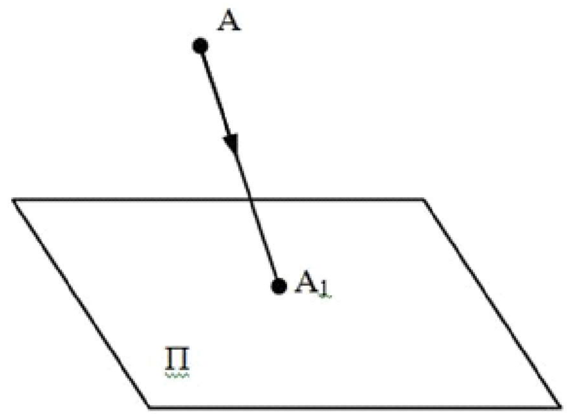

Рисунок 1.1

Проецирование называется **центральным**, если все проецирующие прямые проходят через одну и ту же точку, называемую центром проецирования.

Чтобы построить центральные проекции некоторых точек А, В и С в пространстве выбираем произвольную точку S в качестве центра проецирования (рисунок 1.2) и плоскость проекций П, не проходящую через точку S. Проведем через центр проецирования S и каждую из данных точек А, В и С проецирующие прямые до пересечения с плоскостью проекций П.

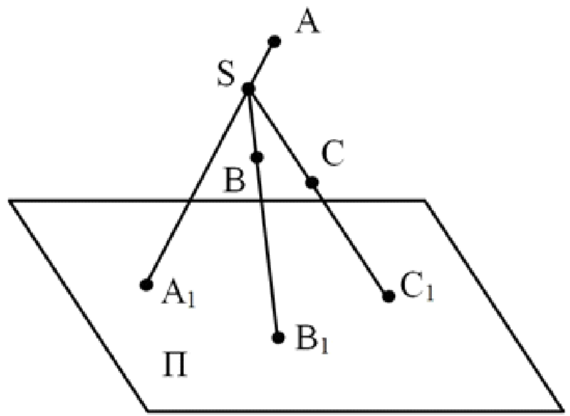

Рисунок 1.2

Точки пересечения A_1, B_1 и C_1 называются **центральными проекциями** точек A, B и C на плоскость П.

Изображения, полученные способом центрального проецирования, обладают хорошей наглядностью. Так фотоснимки и киноизображения, которые получаются по принципу центрального проецирования, дают весьма наглядное представление о пространственном объекте. Однако, несмотря на указанные достоинства, центральные проекции не определяют форм и размеров предмета.

Центральные проекции используют в архитектуре и строительстве для построения перспективы различных сооружений и их комплексов.

Проецирование называется **параллельным**, если проецирующие прямые параллельны друг другу, а их направление указано стрелкой.

Чтобы построить параллельные проекции некоторых точек A, B, C, зададим плоскость проекций П и какое-либо направление S. Проведем через данные точки проецирующие прямые, параллельные направлению проецирования S до пересечения с плоскостью проекций в точках A_1, B_1, C_1, которые называют **параллельными проекциями** соответственно точек A, B, C.

Параллельное проецирование называется **прямоугольным** (ортогональным), если направление проецирования составляет с плоскостью проекций угол 90°, в другом случае оно называется **косоугольным**.

1.3. Ортогональные проекции точки на две и на три взаимноперпендикулярные плоскости проекций

По одной проекции предмета невозможно полностью определить его форму и размеры. Здесь любой точке пространства, например точке A (рисунок 1.2, рисунок 1.3) соответствует единственная ее проекция A_1, но по этой проекции решить обратную задачу, т.е. однозначно определить положение точки в пространстве невозможно, поскольку на проецирующей прямой можно выбрать множество точек, имеющих одну и ту же проекцию.

Метод построения обратимого чертежа был предложен в XVIII веке французским ученым Гаспаром Монжем.

Сущность этого метода заключается в следующем. Выбирают две взаимноперпендикулярные плоскости (рисунок 1.4). Одна из них

расположенная горизонтально называется **горизонтальной плоскостью проекций** и обозначается $П_1$, другая – вертикальная плоскость называется **фронтальной плоскостью проекций** и обозначается $П_2$. Линия пересечения плоскостей проекций называется осью проекций и обозначается через x.

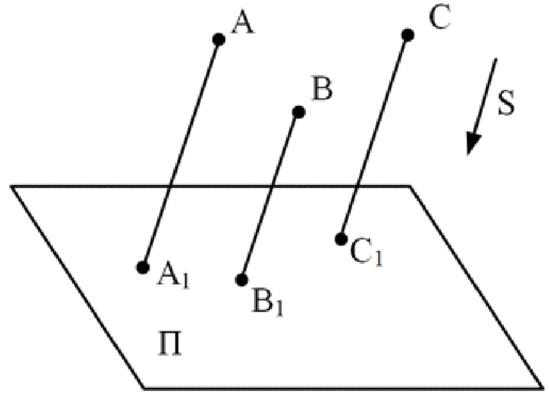

Рисунок 1.3

Чтобы построить ортогональные проекции некоторой точки A пространства проведем через нее проецирующие прямые, перпендикулярные к плоскостям $П_1$ и $П_2$. Точка A_1 называется **горизонтальной проекцией точки** A, точка A_2 – ее **фронтальной проекцией.**

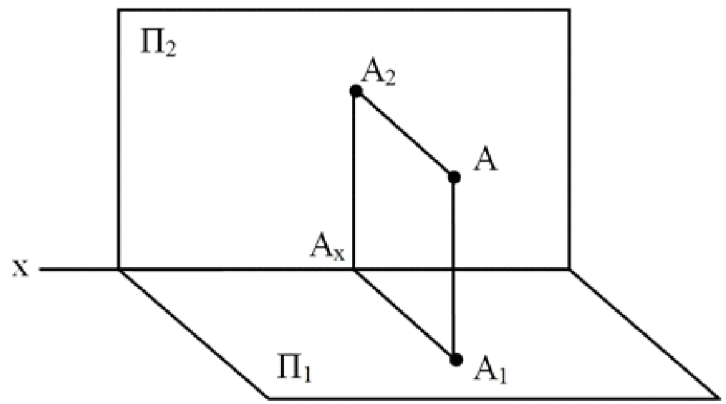

Рисунок 1.4

Повернув плоскость $П_1$ вокруг оси x до совмещения ее с плоскостью $П_2$, получим ортогональный чертеж (эпюр) точки A (рисунок 1.5), состоящий из двух проекций A_1 и A_2, расположенных на одном перпендикуляре к оси x, который называется линией связи.

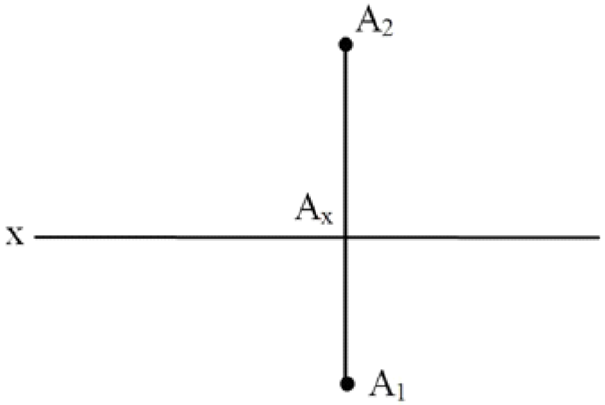

Рисунок 1.5

Удаление точки A от горизонтальной плоскости проекций $П_1$ равно расстоянию от фронтальной проекции A_2 до оси x ($AA_1=A_2A_x$).

Удаление точки A от фронтальной плоскости проекций $П_2$ равно расстоянию от горизонтальной проекции A_1 до оси x ($AA_2=A_1A_x$).

Следовательно, положение точки в пространстве вполне определяется ее ортогональными проекциями на две плоскости.

Однако при решении ряда задач в начертательной геометрии и при составлении чертежей сложных деталей бывает необходимость увеличивать число проекций. В этом случае в систему плоскостей проекций $П_1П_2$ вводят третью плоскость проекций $П_3$, перпендикулярную к $П_1$ и $П_2$ (рисунок 1.6). Эта плоскость называется **профильной плоскостью проекций**.

На пересечении плоскости $П_3$ с плоскостями $П_1$ и $П_2$ получаются оси проекций y и z. Точка O (начальная буква латинского слова «origo» - начало) пересечения осей проекций называется **началом координат.**

Для построения третьей проекции точки A проведем через нее перпендикуляр на плоскость $П_3$, основание которого A_3 называется **профильной проекцией точки** A. Чтобы получить чертеж точки A в

трех проекциях совмещаем все три плоскости проекций в одну плоскость чертежа (рисунок 1.7).

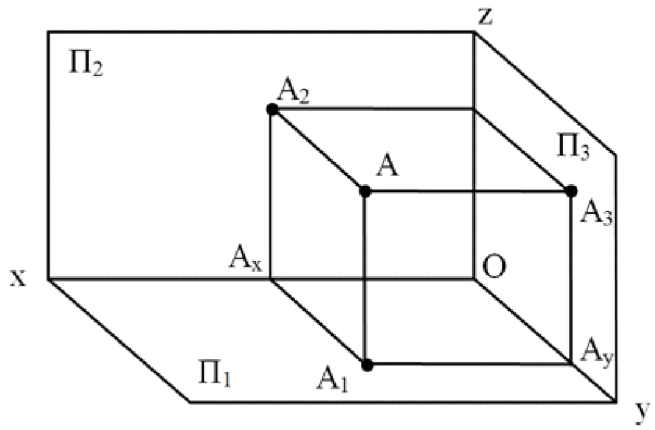

Рисунок 1.6

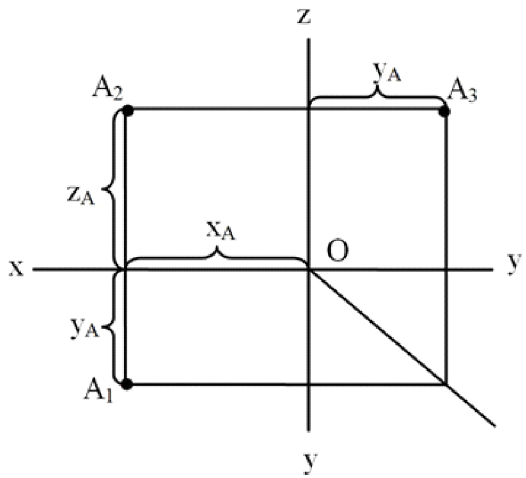

Рисунок 1.7

При этом ось y занимает два положения, так как трехгранник, образованный плоскостями $П_1$, $П_2$ и $П_3$, как бы разрезают по оси y.

Принимая оси проекций за оси координат, можно построить проекции точек по заданным численным значениям их координат. Если абсцисса x_A = 20 мм, ордината y_A = 15 мм, аппликата z_A = 25 мм, то кратко это записывается так: А (20; 15; 25). По этим координатам построим чертеж точки А в двух проекциях (см. рисунок 1.8).

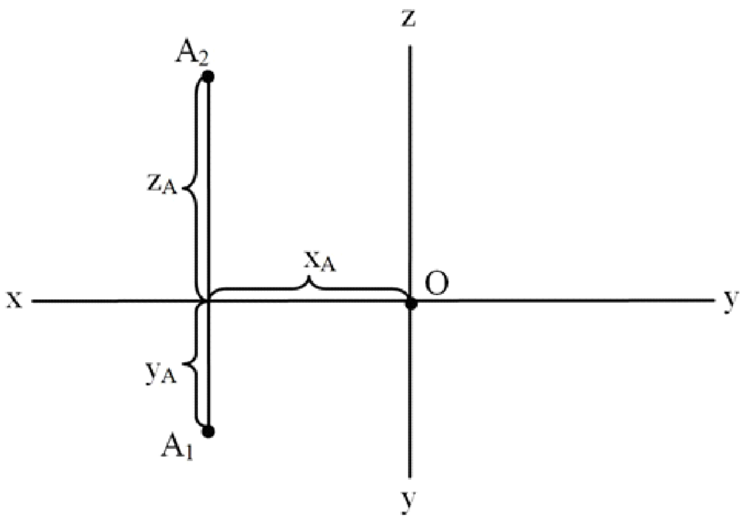

Рисунок 1.8

Вопросы для самопроверки

1. Как строится центральная проекция точки?
2. В чем заключается способ проецирования, называемый параллельным?
3. В чем сущность метода проекций?
4. Что такое «линия связи»?
5. Как строится профильная проекция точки по ее фронтальной и горизонтальной проекциям?
6. В какой последовательности записываются координаты в обозначении точки?
7. Как устанавливается на чертеже в системе плоскостей $П_1$, $П_2$ расстояние точки от пл. $П_1$ и от пл. $П_2$?

2. ПРОЕКЦИИ ОТРЕЗКОВ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ

2.1. Чертеж прямой линии. Точка на прямой. Деление отрезка прямой в данном отношении

Известно, что прямая в пространстве определяется двумя точками. Чтобы построить проекции прямой линии достаточно построить проекции двух принадлежащих ей точек и соединить прямыми одноименные проекции этих точек. Построим проекции отрезка АВ (А (40; 5; 5), В (10; 20; 15)). Сначала строим фронтальные и горизонтальные проекции точек А и В (рисунок 2.1).

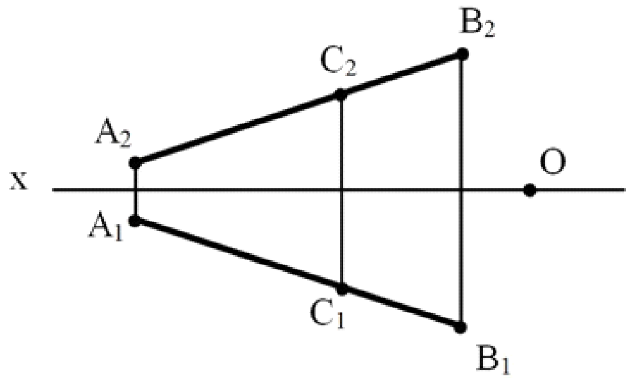

Рисунок 2.1

Затем, соединив одноименные проекции точек прямыми линиями, получим проекции отрезка прямой АВ: фронтальную – A_2B_2 и горизонтальную A_1B_1. В данном случае точки А и В находятся на разных расстояниях от каждой из плоскостей проекций $П_1$, $П_2$, $П_3$, т.е. прямая не параллельна ни одной из них.

Прямая, не параллельная ни одной из плоскостей проекций, называется **прямой общего положения**.

Из свойств параллельного проецирования известно, что если точка принадлежит прямой, то проекции этой точки лежат на одноименных проекциях этой прямой и расположены на одной линии связи.

На рисунок 2.1 показаны проекции точки С, принадлежащей прямой АВ.

Одним из свойств параллельного проецирования является то, что проекции точки делят проекции отрезка прямой в том же отношении, в каком отношении эта точка делит сам отрезок прямой, т.е.

$$\frac{A_1C_1}{C_1B_1} = \frac{A_2C_2}{C_2B_2} = \frac{AC}{CB}.$$

Пример. Разделить отрезок прямой АВ (рисунок 2.2) в отношении 1:3. Из точки A_1 проведем в произвольном направлении вспомогательную прямую и на ней отложим 4 равных масштабных отрезка любой длины.

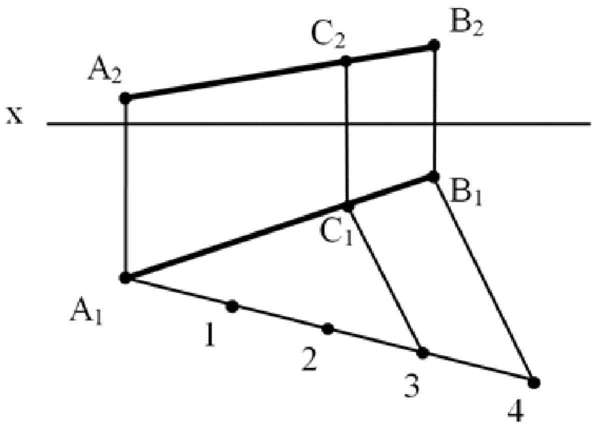

Рисунок 2.2

Точки B_1 и 4 соединим прямой. Через точку 3 проведем прямую параллельную $B_1$4 до пересечения её с A_1B_1 в точке C_1. Затем находим недостающую фронтальную проекцию C_2. Точка С делит отрезок АВ в отношении ВС:СА=1:3.

2.2. Частные положения прямой относительно плоскости проекций

Прямая линия может занимать относительно плоскостей проекций особые (частные) положения.

1. Прямые параллельные одной из плоскостей проекций (**прямые уровня):**

а) прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций (рисунок 2.3), называется **горизонтальной.**

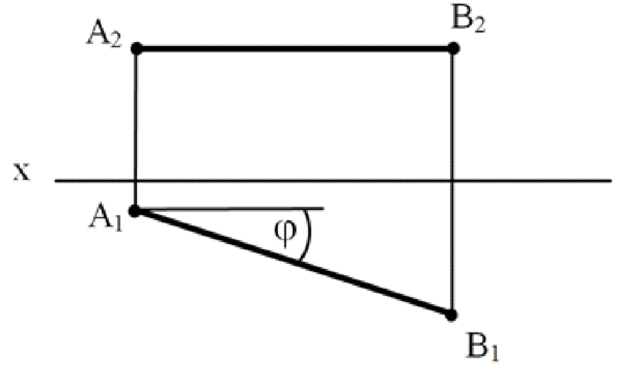

Рисунок 2.3

В этом случае фронтальная проекция прямой параллельна оси проекций: $A_2B_2 \| Ox$; горизонтальная проекция отрезка этой прямой равна натуральной величине самого отрезка: A_1B_1=AB; угол φ, образованный горизонтальной проекцией A_1B_1 с осью проекций Ox, равен углу наклона прямой АВ к фронтальной плоскости проекций;

б) прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций (рисунок 2.4), называется **фронтальной.**

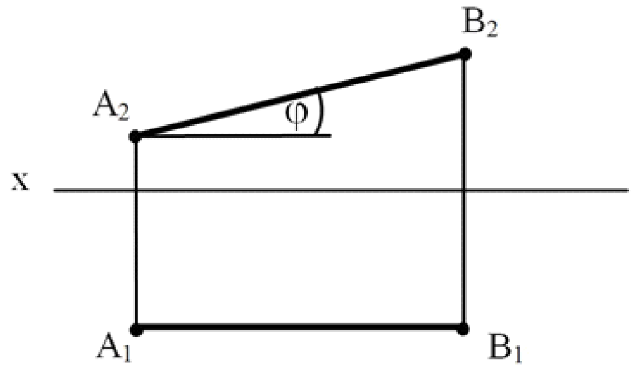

Рисунок 2.4

В этом случае горизонтальная проекция прямой параллельна оси проекций: $A_1B_1 \| Ox$; фронтальная проекция этой прямой равна натуральной величине самого отрезка: $A_2B_2=AB$; угол φ, образованный фронтальной проекцией A_2B_2 с осью проекций Ox, равен углу наклона прямой AB к горизонтальной плоскости проекций;

в) прямая, параллельная профильной плоскости проекций (рисунок 2.5), называется **профильной.**

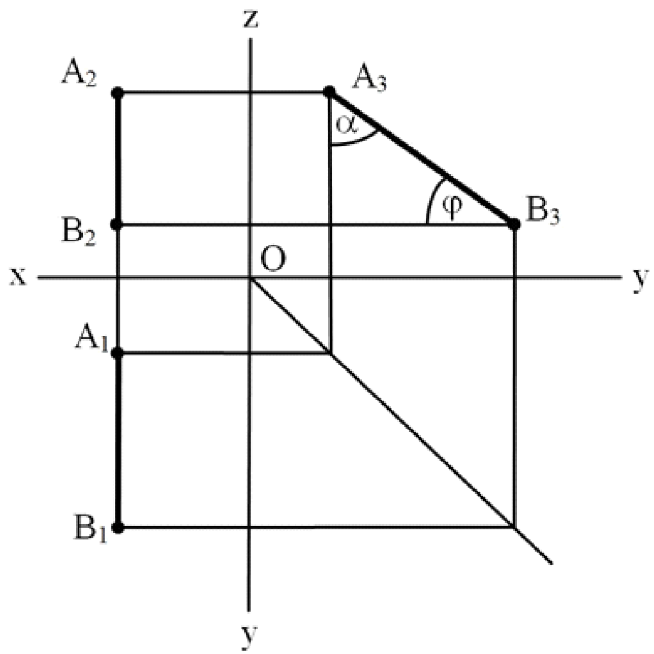

Рисунок 2.5

В этом случае горизонтальная и фронтальная проекции прямой располагаются на одном перпендикуляре к оси проекций Ox, т.е. $A_1B_1 \perp Ox$; профильная проекция этой прямой равна натуральной величине самого отрезка: $A_3B_3=AB$; углы α и φ, образованные профильной проекцией с осями z и y, равны углам наклона прямой соответственно к фронтальной и горизонтальной плоскостям проекций;

г) прямая, принадлежащая плоскости проекций, называется **прямой нулевого уровня**. Например, прямая принадлежит горизонтальной плоскости проекций (рисунок 2.6)

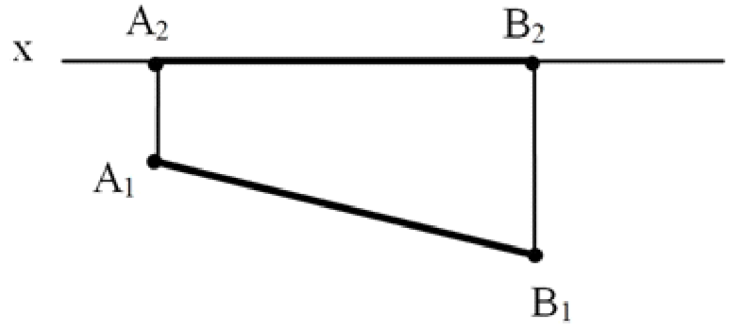

Рисунок 2.6

Фронтальная проекция A_2B_2 такой прямой лежит на оси Ox, а горизонтальная проекция A_1B_1 равна натуральной величине самого отрезка: $A_1B_1=AB$.

2. Прямые, перпендикулярные одной из плоскостей проекций (**проецирующие прямые**):

а) прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций (рисунок 2.7), называется **горизонтально-проецирующей**.

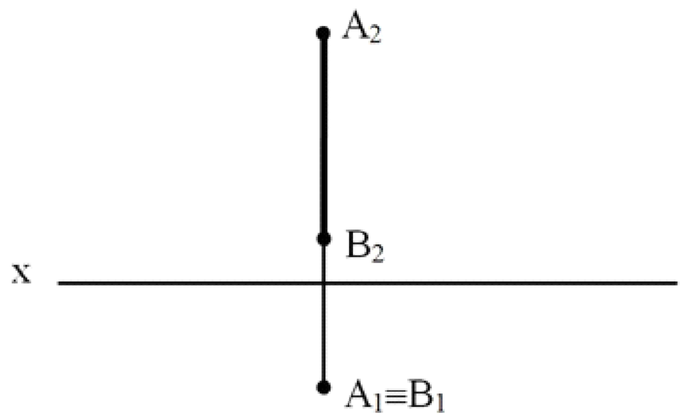

Рисунок 2.7

В этом случае горизонтальная проекция прямой – точка; фронтальная проекция ее перпендикулярна оси проекций: $A_2B_2 \perp Ox$ и равна натуральной величине самого отрезка: $A_2B_2=AB$;

б) прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций (рисунок 2.8), называется **фронтально-проецирующей**.

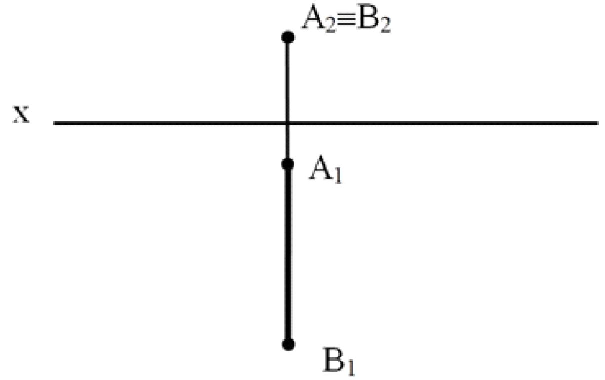

Рисунок 2.8

В этом случае фронтальная проекция прямой – точка; горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна оси проекций $A_1B_1 \perp Ox$ и равна натуральной величине самого отрезка: $A_1B_1=AB$;

в) прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций (рисунок 2.9), называется **профильно-проецирующей**.

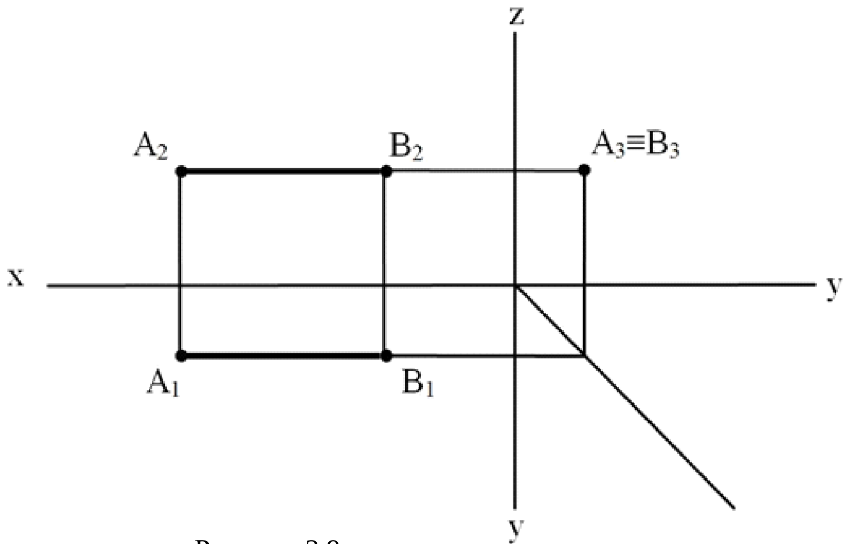

Рисунок 2.9

При таком положении прямой ее горизонтальная и фронтальная проекции параллельны оси проекций: $A_1B_1 \| Ox$, $A_2B_2 \| Ox$ и равны натуральной величине самого отрезка: $A_1B_1=A_2B_2=AB$.

2.3. Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения и углов наклона его к плоскостям проекций

Пусть заданы отрезок AB прямой общего положения и плоскость проекций $П_1$ (рисунок 2.10). Построим ортогональную проекцию A_1B_1 отрезка AB. Через точку A параллельно плоскости П проведем прямую линию AK. Получим прямоугольный треугольник AKB, в котором один из катетов AK равен проекции отрезка AB на плоскости П, т.е. $AK=A_1B_1$, а другой равен разности удалений точек A и B отрезка от плоскости П, т.е. $BK=BB_1–AA_1$ ($\Delta z=z_B–z_A$).

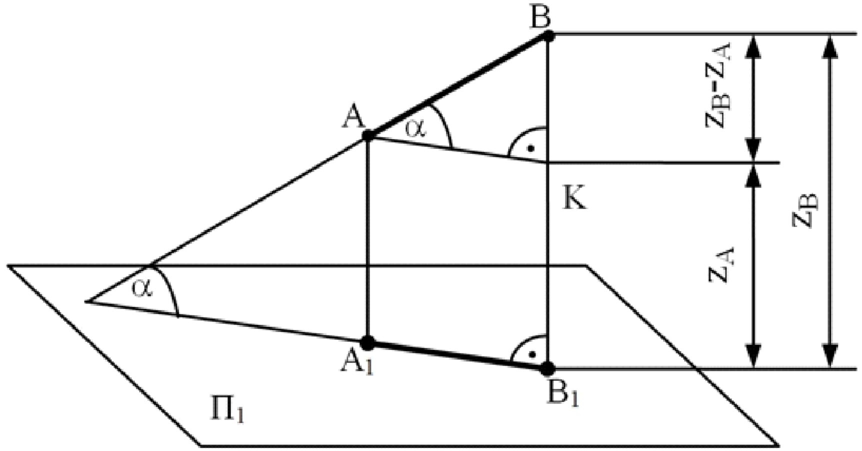

Рисунок 2.10

Гипотенуза AB составляет с катетом AK угол α, равный углу наклона отрезка AB к плоскости проекций П.

Отсюда следует, что натуральная величина отрезка прямой равна гипотенузе прямоугольного треугольника, одним из катетов которого является горизонтальная (фронтальная) проекция отрезка, другим – разность координат концов отрезка до горизонтальной (фронтальной) плоскости проекций, а угол, образованный гипотенузой с катетом равным проекции отрезка, есть угол наклона прямой к плоскости проекций.

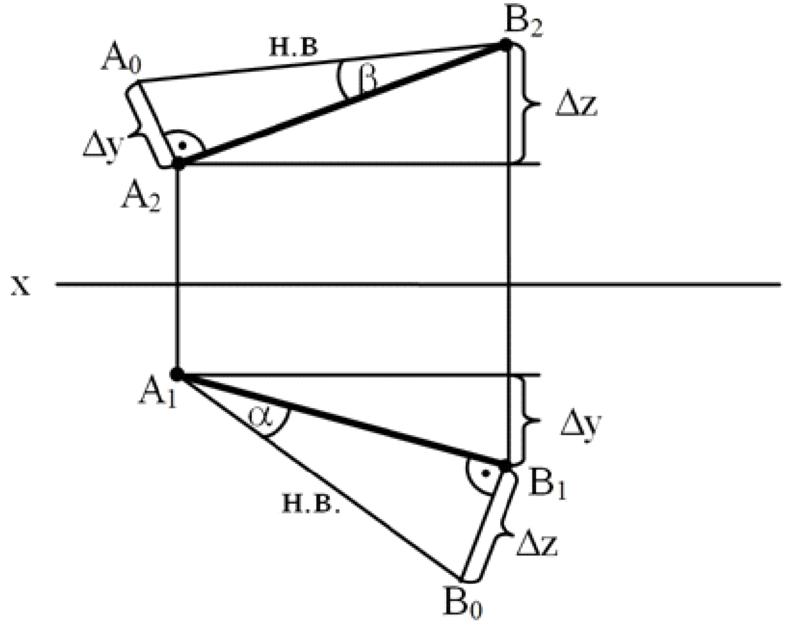

Рисунок 2.11

Исходя из изложенного правила построим на эпюре натуральную величину B_2A_0 (A_1B_0) отрезка AB и углы α и β наклона данной прямой к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций соответственно (рисунок 2.11).

2.4. Следы прямой линии на плоскостях проекций

Следом прямой линии называется точка пересечения прямой с плоскостью проекции.

Рассмотрим на наглядном изображении прямую общего положения, пересекающую горизонтальную и фронтальную плоскости проекций в точках M и N соответственно (рисунок 2.12).

Точка M пересечения прямой с плоскостью Π_1 называется **горизонтальным следом.** Точка N пересечения прямой с плоскостью Π_2 называется **фронтальным следом.** Пересечение горизонтальной проекции прямой с осью x определяет горизонтальную проекцию N_1 фронтального следа. Пересечение фронтальной проекции прямой с осью x определяет фронтальную проекцию M_2 горизонтального следа. Каждый след, являясь точкой, одновременно принадлежащей и данной прямой и одной из плоскостей проекций, совпадает с одноименной своей проекцией.

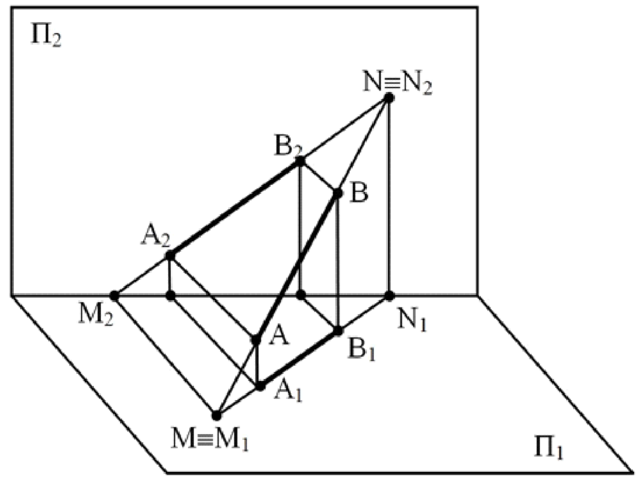

Рисунок 2.12

Отмеченные особенности в расположении проекций следов позволяют сформулировать следующие правила построения следов на эпюре (рисунок 2.13).

1. Для построения горизонтального следа M прямой необходимо продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью x и через точку пересечения M_2 провести перпендикуляр к оси до пересечения с продолжением горизонтальной проекции прямой. Точка M_1 – горизонтальная проекция горизонтального следа; она совпадает с самим следом.

2. Для построения фронтального следа N прямой необходимо продолжить ее горизонтальную проекцию до пересечения с осью x и через точку N_1 (горизонтальную проекцию фронтального следа) провести перпендикуляр к оси до пресечения с продолжением фронтальной проекции прямой. Точка N_2 – фронтальная проекция фронтального следа; она совпадает с самим следом.

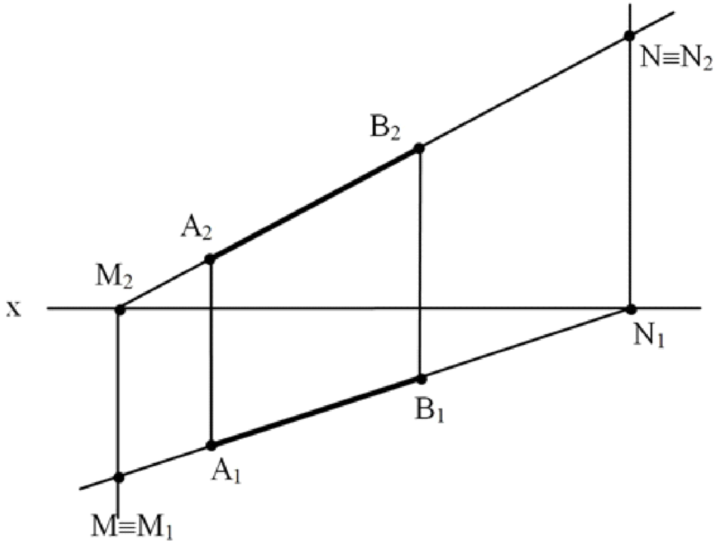

Рисунок 2.13

Построим следы прямой уровня (рисунок 2.14).

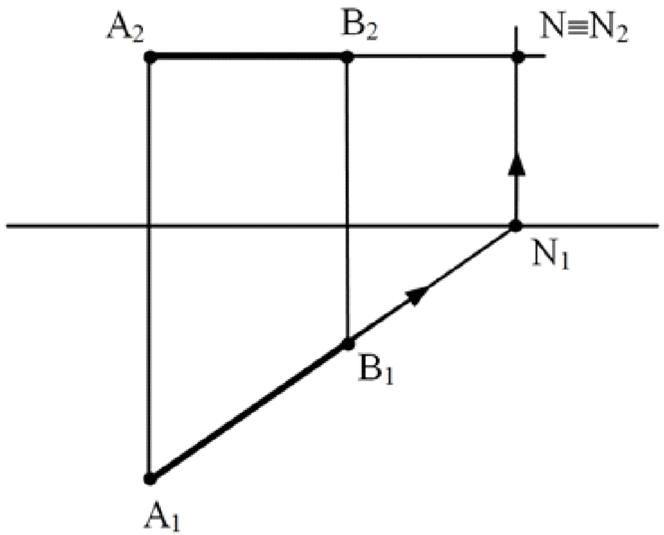

Рисунок 2.14

2.5. Взаимное положение двух прямых линий

Две прямые пространства могут занимать различные положения одна относительно другой: могут пересекаться между собой, быть параллельными или скрещивающимися.

1. Пересекающиеся прямые. Прямые линии, имеющие общую точку, называются **пересекающимися.** Одноименные проекции пересекающихся прямых пересекаются и точки их пересечения K_1 и K_2 (рисунок 2.15) являются проекциями одной точки, т.е. расположены на одной линии связи.

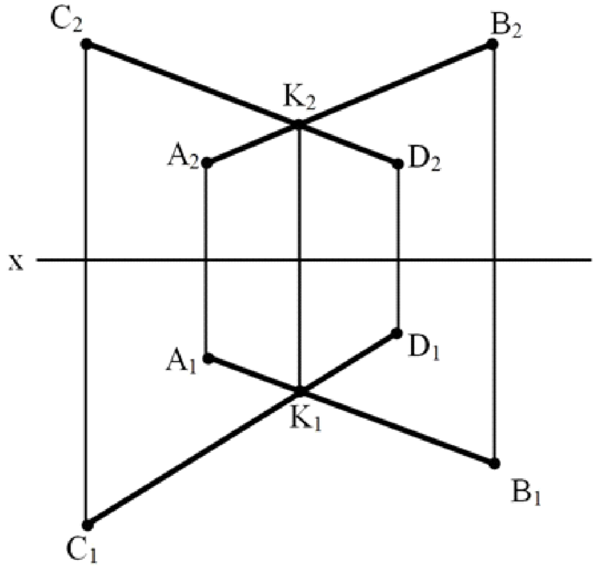

Рисунок 2.15

Однако, если одна из прямых профильная, то о положении этих прямых судят по их проекциям на три плоскости. Например, прямые, изображенные на рисунок 2.16, не пересекаются.

2. Параллельные прямые. Если прямые в пространстве взаимно параллельны, то их одноименные проекции тоже **параллельны** (рисунок 2.17), т.е. $A_1B_1 \| C_1D_1$, $A_2B_2 \| C_2D_2$.

В общем случае справедливо и обратное утверждение: если на чертеже одноименные проекции прямых параллельны, то прямые в пространстве параллельны.

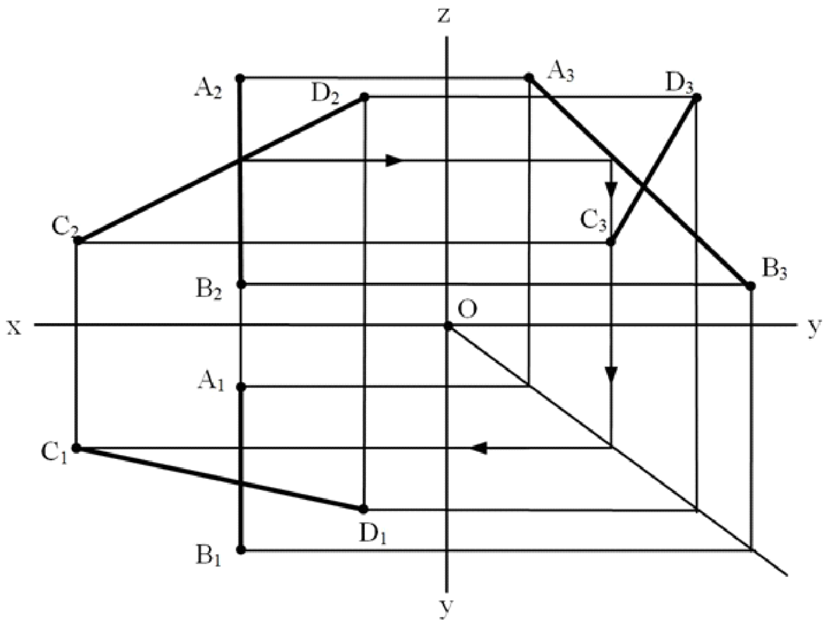

Рисунок 2.16

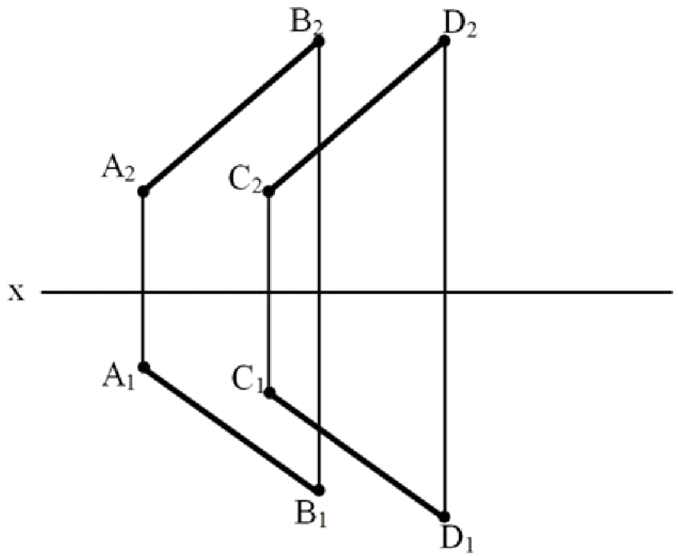

Рисунок 2.17

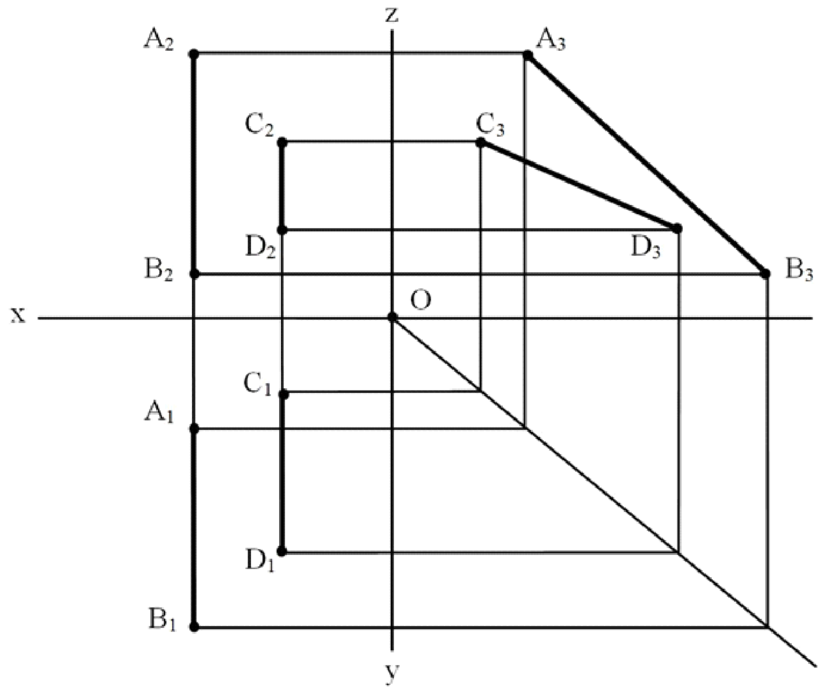

Рисунок 2.18

Исключением является случай, когда даны две проекции прямых параллельных одной из плоскостей проекций. Например, горизонтальные и фронтальные проекции профильных прямых параллельны (рисунок 2.18). Для оценки их взаимного положения нужно построить профильные проекции.

3. Скрещивающиеся прямые. Прямые линии, не пересекающиеся и не параллельные между собой, называются **скрещивающимися.**

Точки пересечения их одноименных проекций не лежат на одной линии связи (рисунок 2.19).

Точка пересечения фронтальных проекций скрещивающихся прямых является фронтальной проекцией 1_2 и 2_2 двух точек 1 и 2, принадлежащих данным прямым и расположенным на одной фронтально-проецирующей прямой.

Точка пересечения горизонтальных проекций скрещивающихся прямых является горизонтальной проекцией 3_1 и 4_1 двух точек 3 и 4, принадлежащих данным прямым АВ и CD и расположенным на одной горизонтально-проецирующей прямой.

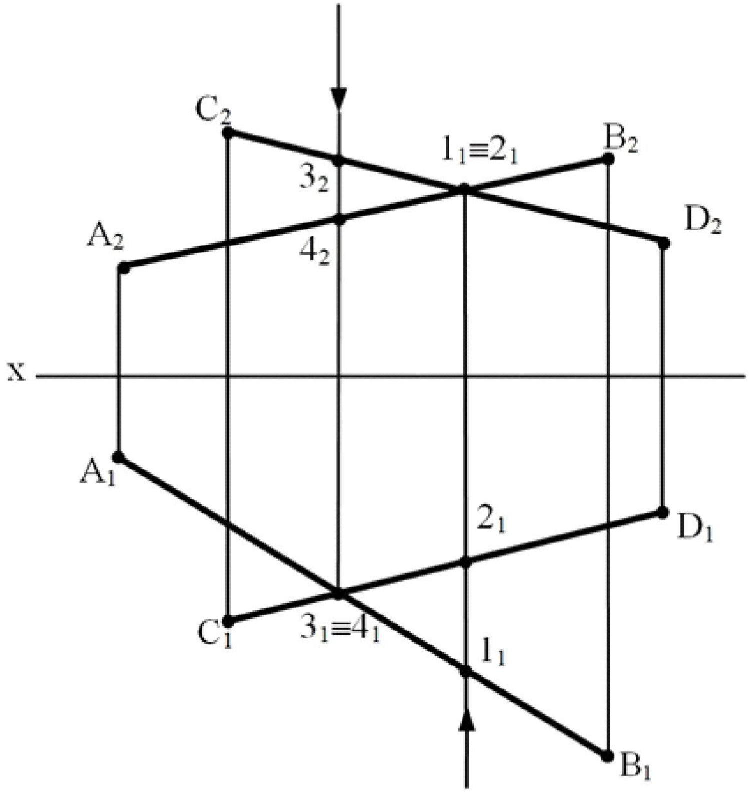

Рисунок 2.19

Точки, принадлежащие скрещивающимся прямым и расположенные на одной проецирующей прямой, называются **конкурирующими**, их используют для определения видимости элементов чертежа.

Для определения видимости точек 1 и 2 укажем стрелкой направление взгляда по фронтально-проецирующей прямой, проходящей через эти точки. В этом случае точка 1, принадлежащая прямой АВ, закрывает точку 2, принадлежащую прямой CD, следовательно, на фронтальном изображении точка 1 будет видимой, а точка 2 – невидимой. Аналогично определяют видимость горизонтальных проекций точек 3 и 4, принадлежащих прямым АВ и CD.

2.6. Ортогональные проекции прямого угла

Прямой угол проецируется в истинную величину, если одна из его сторон параллельна плоскости проекций, а другая не перпендикулярна ей.

Возьмем плоскость проекций Π_1 и пересекающиеся в пространстве две взаимно перпендикулярные прямые АВ и ВС, одна из которых АВ параллельна плоскости Π_1 (рисунок 2.20).

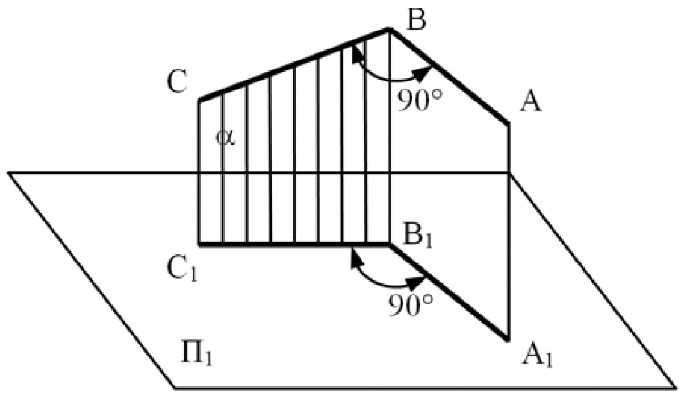

Рисунок 2.20

Докажем, что прямой угол АВС проецируется на эту плоскость проекций в истинную величину.

Если через множество точек прямой ВС проведем проецирующие прямые, то они образуют плоскость α, перпендикулярную плоскости проекций Π_1.

Прямая АВ перпендикулярна плоскости α, так как она перпендикулярна двум прямым этой плоскости ВС и BB_1, проходящим через точку В. Прямая АВ и ее проекция A_1B_1 – две параллельные прямые, а поэтому A_1B_1 также перпендикулярна плоскости α. Следовательно угол $A_1B_1C_1=90°$.

Построим чертеж прямого угла АВС для случая, когда одна из его сторон параллельна плоскости Π_1 (рисунок 2.21) и для случая, когда одна из его сторон параллельна плоскости Π_2 (рисунок 2.22).

Если на чертеже одна из проекций угла представляет собой прямой угол, одна сторона которого параллельна плоскости проекций, то проецируемый угол тоже прямой.

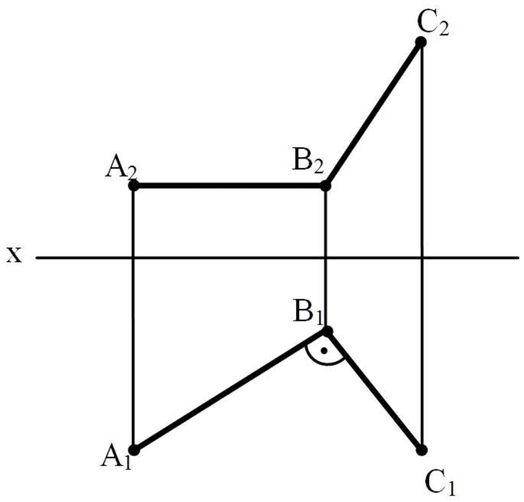

Рисунок 2.21

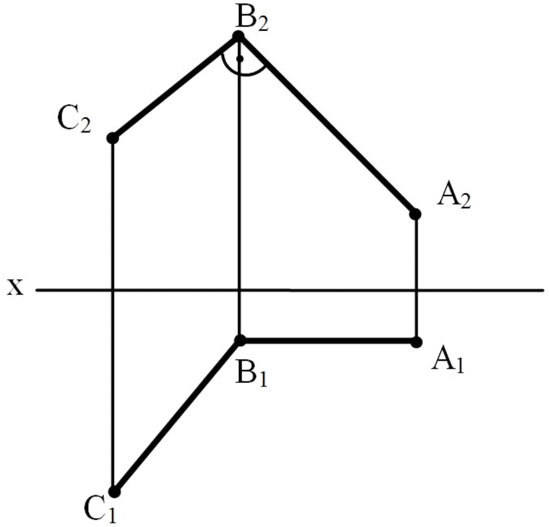

Рисунок 2.22

Две проекции прямого угла могут быть равны 90° только в том случае, если одна из его сторон перпендикулярна к третьей плоскости проекций. Например, сторона $AB \perp \Pi_3$.

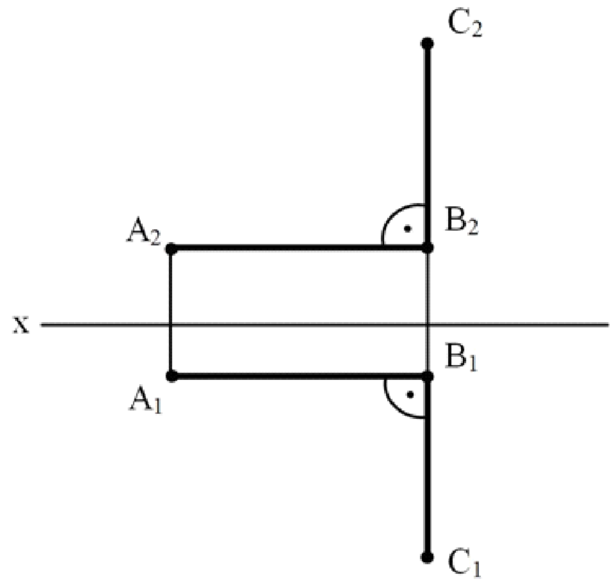

Рисунок 2.23

Вопросы для самопроверки

1. При каком положении относительно плоскостей проекций прямая называется прямой общего положения?
2. Как расположена прямая в системе Π_1, Π_2, Π_3, если все три проекции отрезка этой прямой равны между собой?
3. Как построить профильную проекцию отрезка прямой общего положения по данным фронтальной и горизонтальной проекциям?
4. Какие положения прямой в системе Π_1, Π_2, Π_3 считаются частными?
5. Как располагается фронтальная проекция отрезка прямой линии, если его горизонтальная проекция равна самому отрезку?
6. Как располагается горизонтальная проекция отрезка прямой линии, если его фронтальная проекция равна самому отрезку?
7. Как разделить на чертеже отрезок прямой линии в заданном отношении?
8. Что называется следом прямой линии на плоскостях проекций?
9. Какая координата равна нулю для фронтального следа прямой?

10. Где располагается горизонтальная проекция фронтального следа прямой линии?
11. Где располагается фронтальная проекция горизонтального следа прямой линии?
12. Как построить на чертеже прямоугольные треугольники для определения длины отрезка прямой линии общего положения и ее углов с плоскостями проекций $П_1$ и $П_2$?
13. Можно ли по чертежу двух профильных прямых в системе $П_1$, $П_2$ определить, параллельны ли между собой эти прямые?
14. Как изображаются в системе $П_1$, $П_2$ две пересекающиеся прямые линии?
15. Как следует истолковывать точку пересечения проекций двух скрещивающихся прямых?
16. В каком случае прямой угол проецируется в виде прямого угла?

3. ПЛОСКОСТЬ

3.1. Способы задания плоскости на чертеже

Плоскость на чертеже может быть задана:
1) проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой (рисунок 3.1);
2) проекциями прямой и не принадлежащей ей точки (рисунок 3.2);

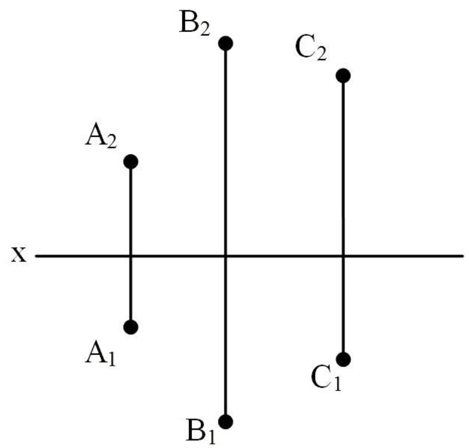

Рисунок 3.1

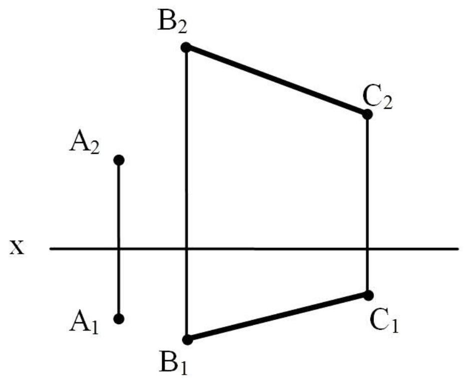

Рисунок 3.2

3) проекциями двух пересекающихся прямых (рисунок 3.3);

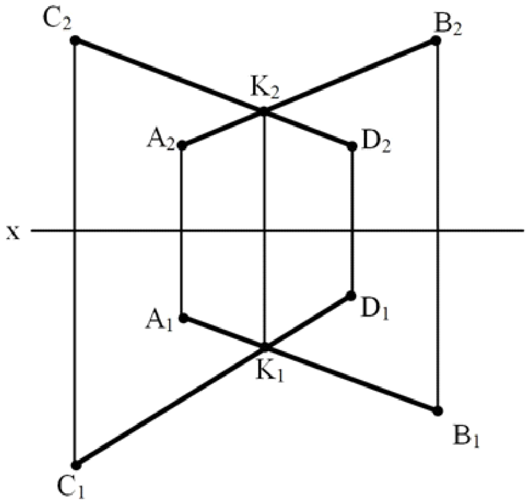

Рисунок 3.3

4) проекциями двух параллельных прямых (рисунок 3.4);

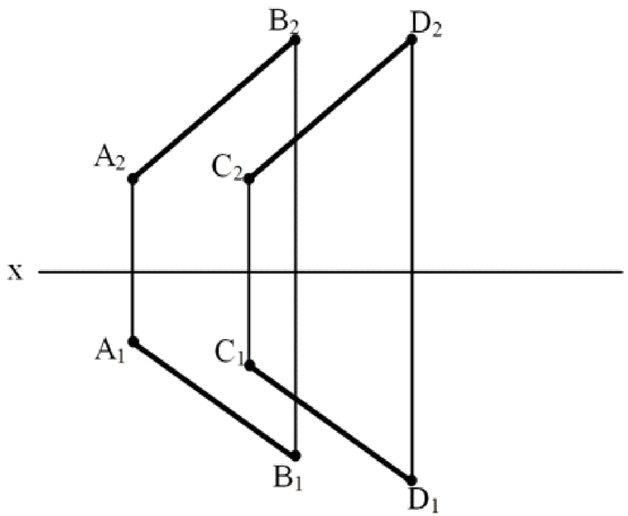

Рисунок 3.4

5) проекциями любой плоской фигуры (треугольника, квадрата, круга и т.д.) (рисунок 3.5);

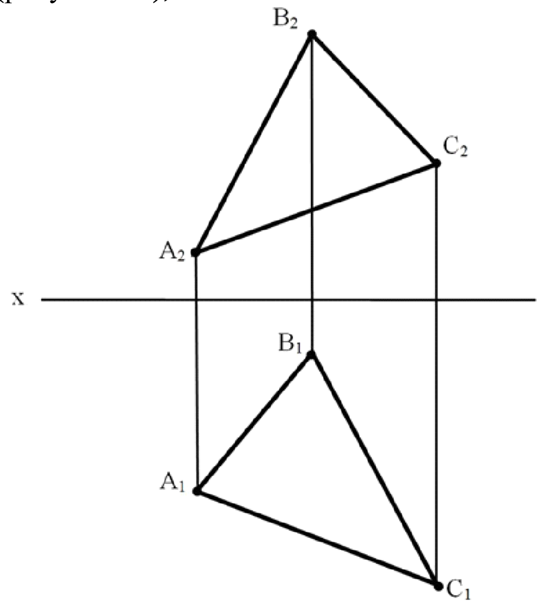

Рисунок 3.5

6) плоскость на чертеже также может быть задана ее следами.

Следами плоскости называются прямые, по которым данная плоскость пересекает плоскость проекций.

Возьмем плоскость α в системе плоскостей Π_1,Π_2 (рисунок 3.6).

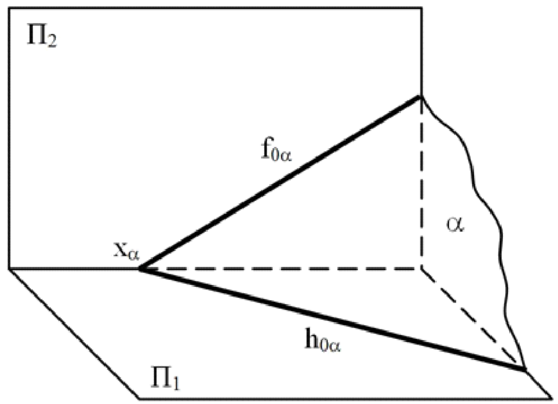

Рисунок 3.6

Линия пересечения данной плоскости с горизонтальной плоскостью проекций называется **горизонтальным следом плоскости** и обозначается через $h_{0\alpha}$. Линия пересечения данной плоскости с фронтальной плоскостью называется **фронтальным следом плоскости** и обозначается через $f_{0\alpha}$. Совмещая горизонтальную плоскость проекций Π_1 с плоскостью Π_2, получим чертеж плоскости α заданной проекциями ее следов (рисунок 3.7).

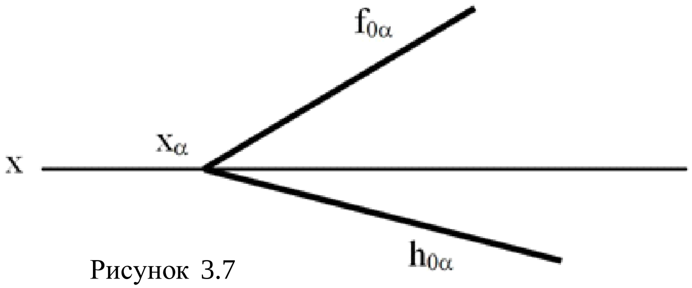

Рисунок 3.7

Точка x_α называется **точкой схода следов**, она всегда лежит на оси проекций, но часто не обозначается.

3.2. Положения плоскости относительно плоскостей проекций

Плоскость, не перпендикулярная ни к одной из плоскостей проекций, называется **плоскостью общего положения** (рисунок 3.1…3.5, рисунок 3.7).

Плоскость, перпендикулярная к одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей.** Рассмотрим частные случаи проецирующих плоскостей.

1. Плоскость, перпендикулярная к горизонтальной плоскости проекций, называется **горизонтально-проецирующей.**

Горизонтальная проекция такой плоскости представляет собой прямую линию (рисунок 3.8), угол φ наклона которой к оси x равен углу наклона данной плоскости к плоскости Π_2.

Если горизонтально-проецирующая плоскость задана следами (рисунок 3.9), то фронтальный ее след $f_{0\alpha}$ перпендикулярен к оси x, а горизонтальный след образует с осью x угол, равный углу наклона данной плоскости к плоскости Π_2.

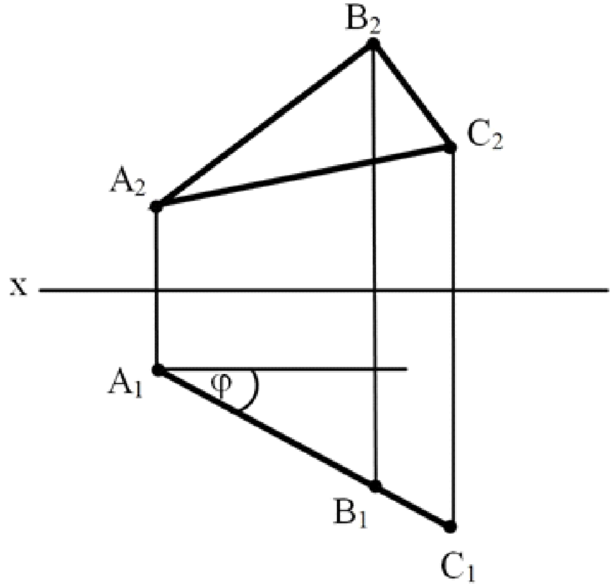

Рисунок 3.8

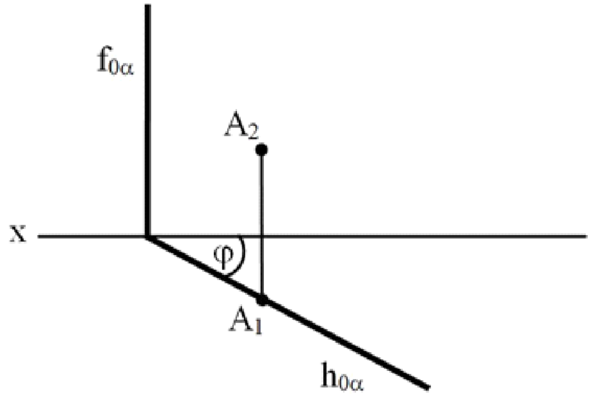

Рисунок 3.9

Горизонтальные проекции всех точек и любых фигур, лежащих в этой плоскости, совмещены с горизонтальным следом $h_{0\alpha}$. Горизонтально-проецирующая плоскость может быть изображена только горизонтальным следом (рисунок 3.10).

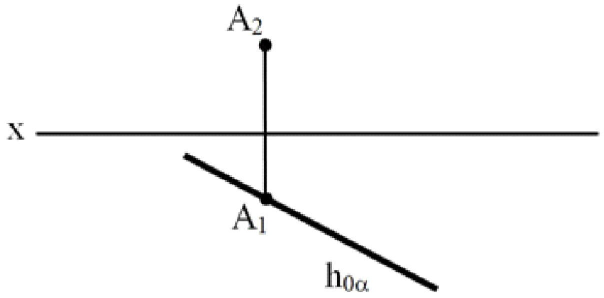

Рисунок 3.10

2. Плоскость, перпендикулярная к фронтальной плоскости проекций, называется **фронтально-проецирующей.**

Фронтальная проекция такой плоскости представляет собой прямую линию (рисунок 3.11), угол φ наклона которой к оси x равен углу наклона данной плоскости к горизонтальной плоскости проекций.

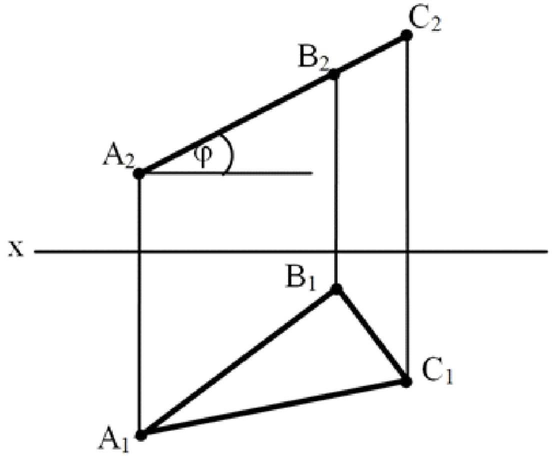

Рисунок 3.11

Если фронтально-проецирующая плоскость задана следами (рисунок 3.12), то ее горизонтальный след $h_{0\alpha}$ перпендикулярен к оси x, а фронтальный след $f_{0\alpha}$ наклонен к оси x под углом φ, равном углу наклона данной плоскости к плоскости Π_1.

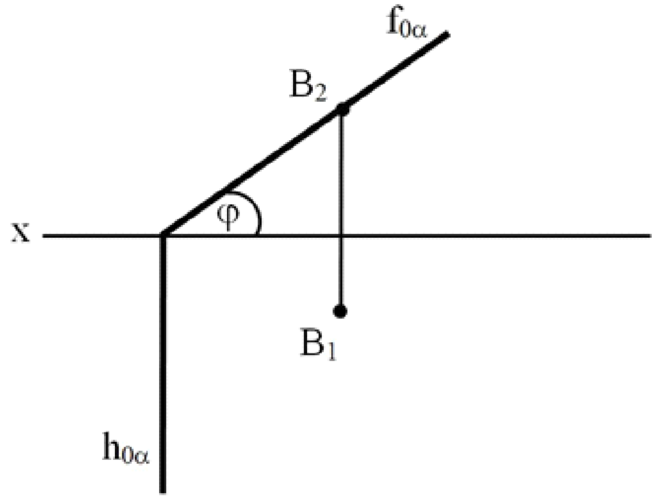

Рисунок 3.12

Фронтальные проекции всех точек и любых фигур, лежащих в этой плоскости, совмещены с фронтальным следом $f_{0\alpha}$. Фронтально-проецирующая плоскость может быть изображена только фронтальным следом (рисунок 3.13).

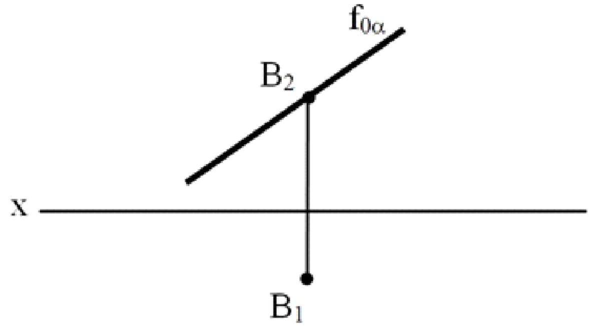

Рисунок 3.13

3. Плоскость, перпендикулярная к профильной плоскости проекций, называется **профильно-проецирующей.**

Профильная проекция такой плоскости представляет собой отрезок прямой линии (рисунок 3.14).

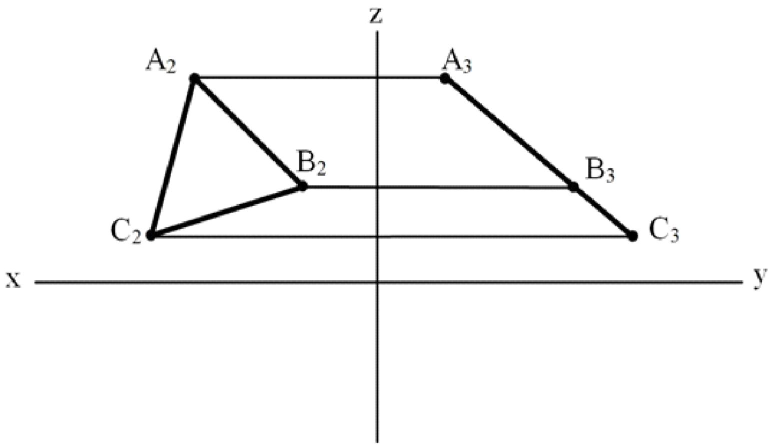

Рисунок 3.14

В случае задания профильно-проецирующей плоскости следами (рисунок 3.15), горизонтальный и фронтальный ее следы параллельны оси x.

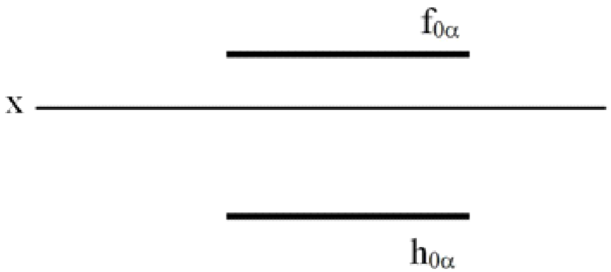

Рисунок 3.15

Плоскости, параллельные одной из плоскостей проекций, называют **плоскостями уровня**. Плоскости уровня имеют три частных положения.

1. Плоскость, параллельная горизонтальной плоскости, называется **горизонтальной плоскостью уровня**.

Фронтальный след горизонтальной плоскости уровня параллелен оси x (рисунок 3.16). Фронтальная проекция любой точки горизонтальной плоскости уровня лежит на ее фронтальном следе $f_{0\alpha}$.

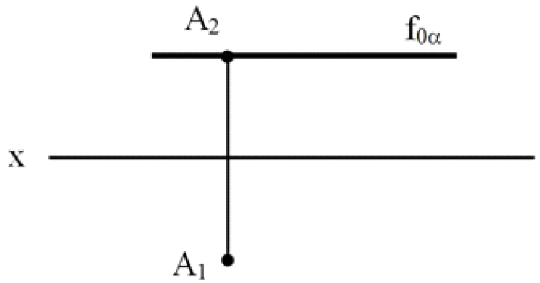

Рисунок 3.16

Если горизонтальная плоскость задана плоской фигурой, то горизонтальная проекция ее представляет собой натуральную величину этой фигуры, а фронтальная проекция – отрезок прямой линии, параллельной оси x (рисунок 3.17).

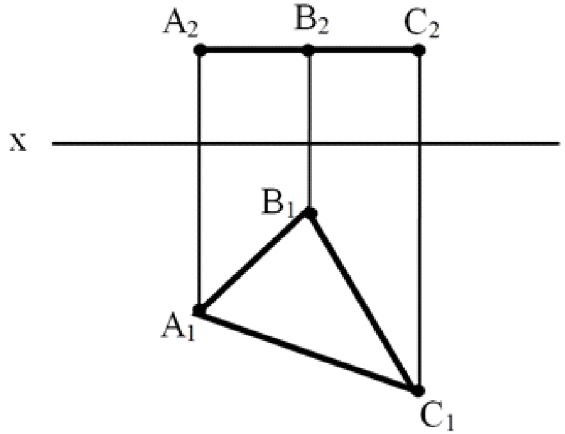

Рисунок 3.17

2. Плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется **фронтальной плоскостью уровня**.

Горизонтальный след h_0 фронтальной плоскости уровня параллелен оси x (рисунок 3.18).

Если фронтальная плоскость уровня задана плоской фигурой, то ее фронтальная проекция представляет собой натуральную величину этой фигуры (рисунок 3.19), а горизонтальная проекция – отрезок прямой, параллельной оси x.

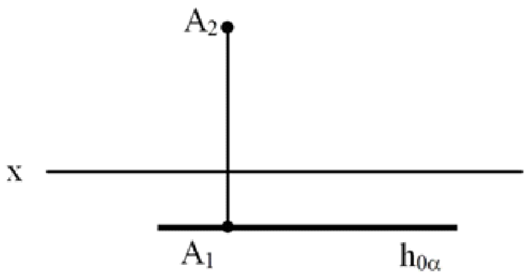

Рисунок 3.18

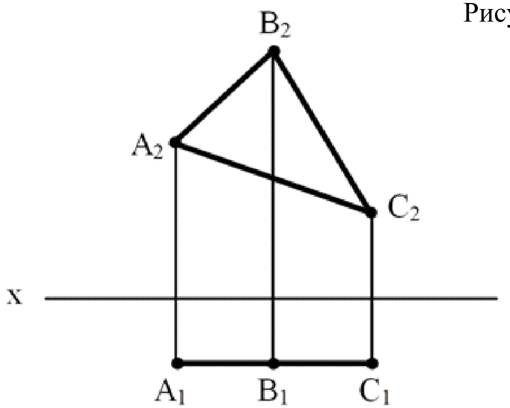

Рисунок 3.19

3. Плоскость, параллельная профильной плоскости проекций называется **профильной плоскостью уровня.**

Горизонтальный и фронтальный следы этой плоскости перпендикулярны оси x (рисунок 3.20).

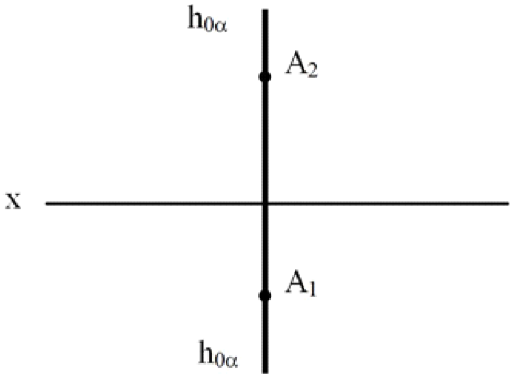

Рисунок 3.20

Если профильная плоскость уровня задана плоской фигурой, то ее профильная проекция представляет собой натуральную величину этой фигуры (рисунок 3.21), а горизонтальная и фронтальная проекции – отрезки прямых, перпендикулярных оси x.

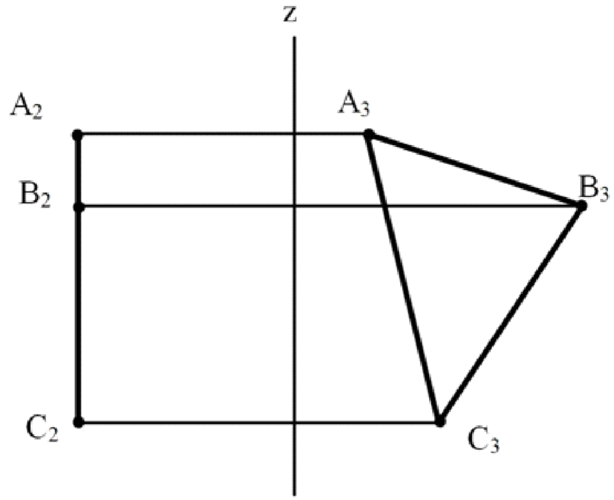

Рисунок 3.21

3.3. Прямая линия и точка в плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит:

1) через две точки этой плоскости;

2) через точку, принадлежащую данной плоскости, и параллельна прямой, находящейся в этой плоскости, или ей параллельной.

Построим проекции произвольной прямой в плоскости, заданной двумя пересекающимися прямыми AB и BC.

Для этого простроим проекции произвольных точек D и E, принадлежащих соответственно данным прямым AB и BC и через эти проекции проведем прямые линии (рисунок 3.22).

Чтобы построить на чертеже точку M, лежащую в заданной плоскости, в этой плоскости предварительно нужно построить произвольную прямую, например, DE и на этой прямой взять точку.

К прямым, занимающим особое положение в плоскости, относятся горизонтали, фронтали и линии наибольшего наклона к плоскостям проекций.

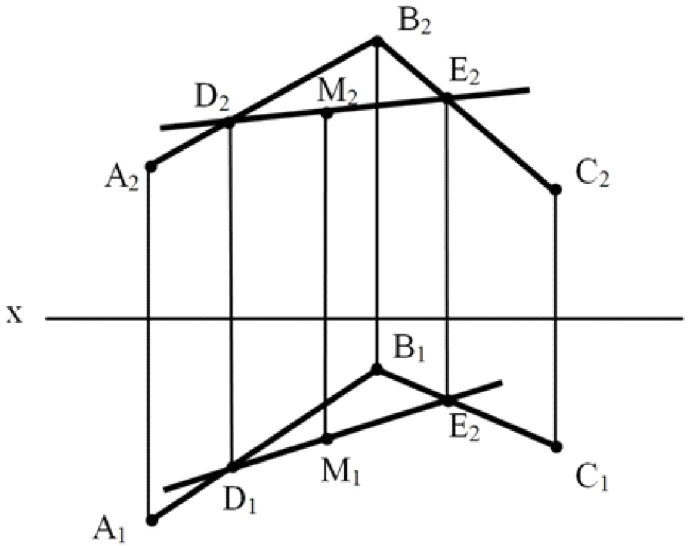

Рисунок 3.22

Горизонталью плоскости называется прямая, лежащая в ней и параллельная горизонтальной плоскости проекций.

Так как горизонталь плоскости есть прямая, параллельная плоскости $П_1$, то фронтальная проекция $A_2 1_2$ этой прямой параллельна оси x (рисунок 3.23).

Если плоскость на чертеже задана следами, то горизонтальная проекция горизонтали параллельна горизонтальному следу данной плоскости (рисунок 3.24), а ее фронтальная проекция параллельная оси x.

Фронталью плоскости называется прямая, лежащая в ней и параллельная фронтальной плоскости проекций.

Так как фронталь плоскости есть прямая, параллельная плоскости $П_2$, то горизонтальная проекция $C_1 2_1$ этой прямой параллельна оси x (рисунок 3.23). Если плоскость на чертеже задана следами, то фронтальная проекция фронтали параллельна фронтальному следу данной плоскости (рисунок 3.24), а горизонтальная проекция параллельна оси x.

Линиями наибольшего наклона плоскости к плоскостям проекций $П_1$ и $П_2$ называются прямые, лежащие в ней и перпендикуляр-

ные или к горизонтали (горизонтальному следу) плоскости, или к ее фронтали (фронтальному следу).

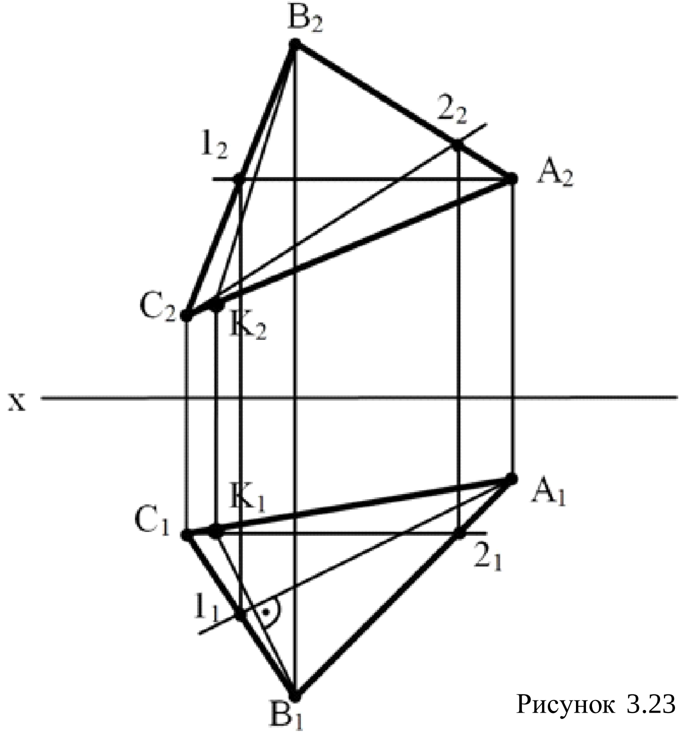

Рисунок 3.23

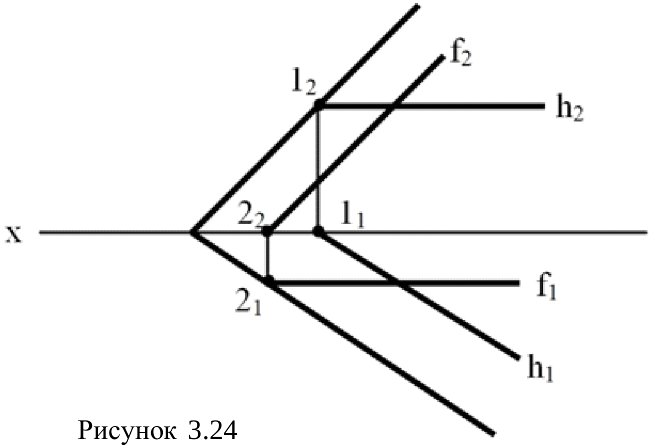

Рисунок 3.24

Линия наибольшего наклона плоскости к плоскости $П_1$ называется **линией ската плоскости**.

Согласно правилам проецирования прямого угла горизонтальная проекция линии ската B_1K_1 перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали (рисунок 3.23) или к горизонтальному следу плоскости (рисунок 3.25).

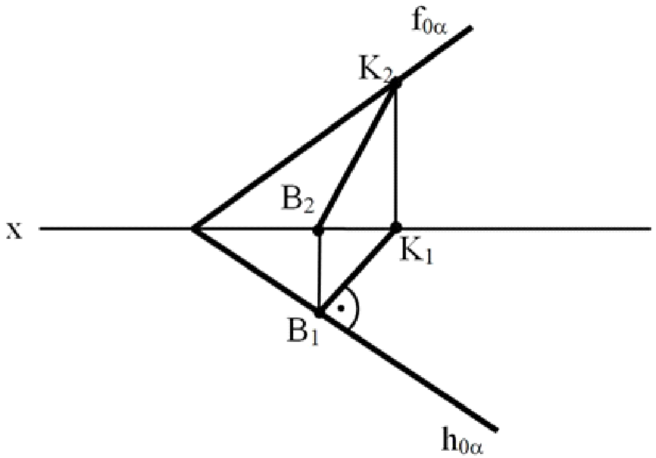

Рисунок 3.25

Вопросы для самопроверки

1. Как задается плоскость на чертеже?
2. Что такое след плоскости на плоскости проекций?
3. Где располагаются фронтальная проекция горизонтального следа и горизонтальная проекция фронтального следа плоскости?
4. Как определятся на чертеже, принадлежит ли прямая данной плоскости?
5. Как построить на чертеже точку, принадлежащую данной плоскости?
6. Что такое горизонталь, фронталь и линия ската плоскости?
7. Может ли служить линия ската плоскости для определения угла наклона этой плоскости к плоскости проекций $П_1$?
8. Определяет ли прямая линия плоскость, для которой эта прямая является линией ската?
9. Как располагаются в системе $П_1$, $П_2$, $П_3$ плоскость общего положения и плоскости, называемые проецирующими?

10. Что такое фронтально-проецирующая плоскость, горизонтально-проецирующая, профильно-проецирующая?
11. Как определить, является ли плоскость заданная в системе Ï $_1$, $П_2$ пересекающимися или параллельными прямыми плоскостью общего положения или профильно-проецирующей?
12. Что представляет собой горизонтальная проекция горизонтально-проецирующей плоскости и фронтальной плоскости?
13. Где располагается горизонтальная проекция любой системы точек, расположенной в горизонтально-проецирующей и фронтальной плоскости?
14. Где располагается горизонтальная проекция любой системы точек, расположенной в горизонтальной или фронтально-проецирующей плоскости?
15. Чему равен в пространстве угол между фронтальным и горизонтальным следами горизонтально- и фронтально-проецирующей плоскостей?

4. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ С ПЛОСКОСТЬЮ И ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ МЕЖДУ СОБОЙ

4.1. Построение точки пересечения прямой с плоскостью частного положения

Из материала прошлой лекции известно, что плоскость, перпендикулярная к плоскости проекций, проецируется на последнюю в виде прямой линии. Следовательно, на этой прямой должна находиться и соответствующая проекция точки пересечения заданной прямой с проецирующей плоскостью.

На наглядном изображении рассмотрим горизонтально-проецирующую плоскость α и прямую общего положения AB (рисунок 4.1), которая пересекает плоскость α в точке K (точку пересечения прямой с плоскостью называют также **точкой встречи** прямой с плоскостью).

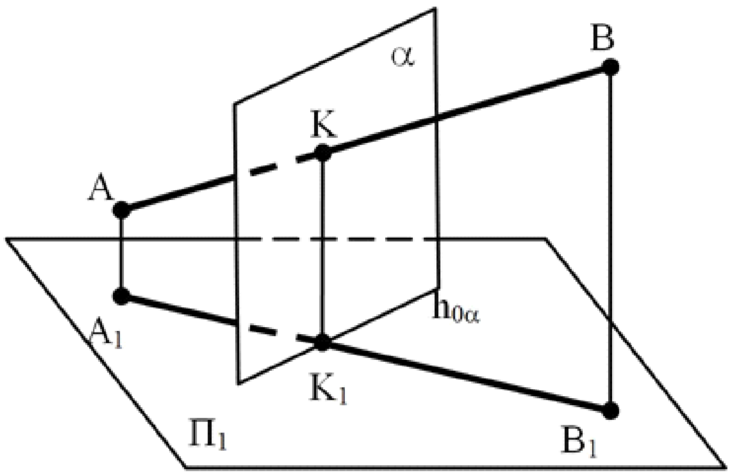

Рисунок 4.1

Эта точка одновременно принадлежит прямой AB и плоскости α. Следовательно, ее горизонтальная проекция K_1 принадлежит одновременно горизонтальному следу $h_{0\alpha}$ и горизонтальной проекции A_1B_1 прямой, т.е. является точкой их пересечения.

Построим проекции точки пересечения прямой DE с горизонтально-проецирующей плоскостью α, заданной следом (рисунок 4.2).

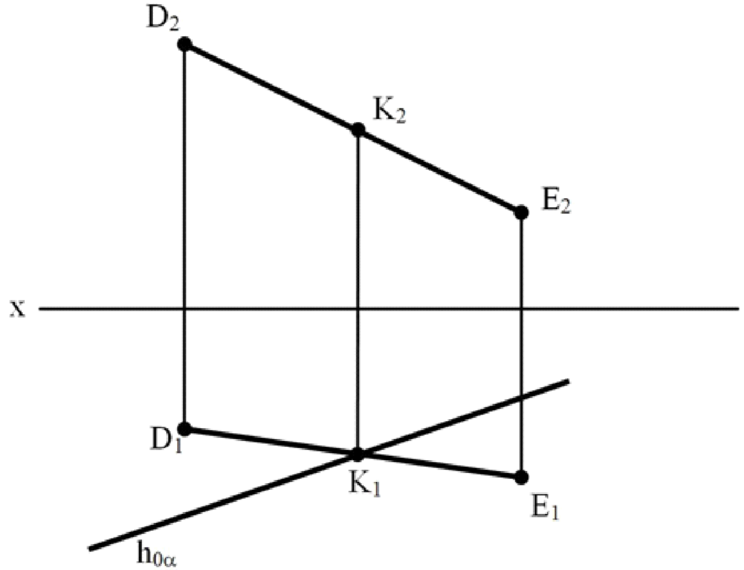

Рисунок 4.2

Горизонтальная проекция K_1 точки пересечения прямой с плоскостью находится на пересечении горизонтальной проекции D_1E_1 прямой с горизонтальным следом $h_{0\alpha}$.

По горизонтальной проекции K_1 точки K на фронтальной проекции D_2E_2 прямой с помощью линии связи находим фронтальную проекцию K_2 точки пересечения.

Построим точку пересечения прямой DE с горизонтально-проецирующей плоскостью, заданной треугольником ABC (рисунок 4.3).

Горизонтальная проекция K_1 точки пересечения прямой с плоскостью находится на пересечении горизонтальной проекции D_1E_1 прямой с горизонтальной проекцией $A_1B_1C_1$ треугольника. Фронтальная проекция K_2 точки встречи прямой с плоскостью определяется как недостающая проекция точки, принадлежащей прямой DE.

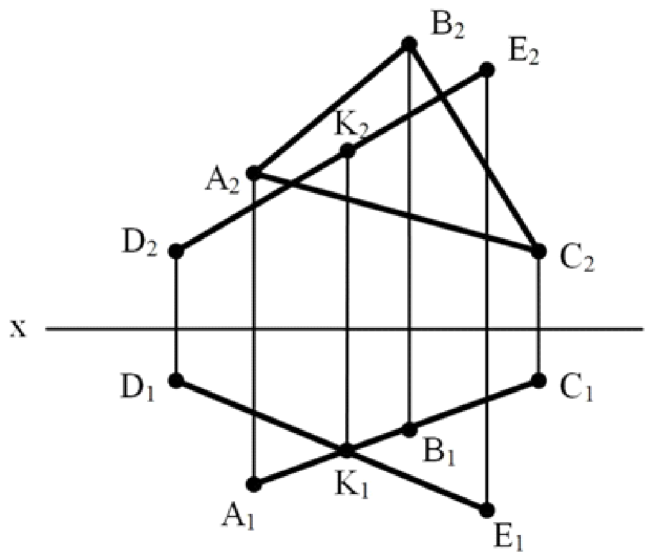

Рисунок 4.3

4.2. Построение линии пересечения плоскости общего положения с плоскостью частного положения

Для построения линии пересечения плоскостей достаточно найти две точки, общие для обеих плоскостей, либо одну общую точку, если известно направление линии пересечения плоскостей.

Построим линию пересечения плоскости общего положения, заданной треугольником ABC с горизонтально-проецирующей плоскостью α (рисунок 4.4).

Общими точками у этих плоскостей являются точки пересечения сторон AC и BC треугольника с плоскостью α. Горизонтальные проекции 1_1 и 2_1 этих точек находятся на пересечении горизонтальных проекций A_1C_1 и B_1C_1 с горизонтальным следом $h_{0\alpha}$ проецирующей плоскости α. 1_12_1 – горизонтальная проекция линии пересечения данных плоскостей. По линиям связи строим фронтальную проекцию 1_22_2 линии пересечения.

Построим линию пересечения плоскости общего положения α с горизонтально-проецирующей плоскостью β, заданных следами (рисунок 4.5).

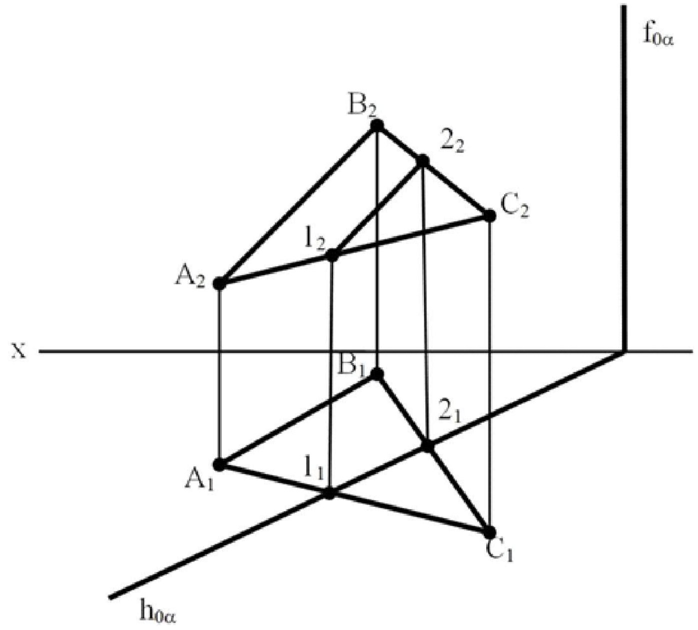

Рисунок 4.4

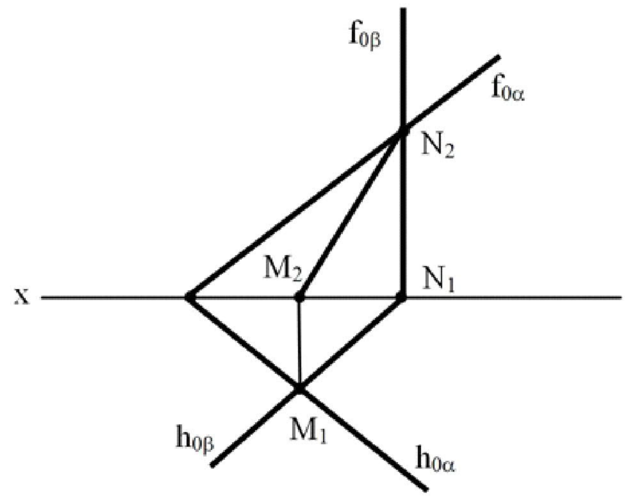

Рисунок 4.5

В данном случае общими точками плоскостей α и β являются точки пересечения M и N их одноименных следов. На пересечении горизонтальных следов $h_{0\alpha}$ и $h_{0\beta}$ находится горизонтальная проекция M_1 точки M. На пересечении фронтальных следов $f_{0\alpha}$ и $f_{0\beta}$ находится фронтальная проекция N_2 точки N. Строим недостающие проекции M_2 и N_1 этих точек и соединяем прямой линией точки M_2 и N_2. Отрезок M_2N_2 – фронтальная проекция линии пересечения плоскостей, горизонтальная проекция M_1N_1 лежит на следе $h_{0\beta}$.

Построим линию пересечения плоскости общего положения а с горизонтальной плоскостью уровня β (рисунок 4.6).

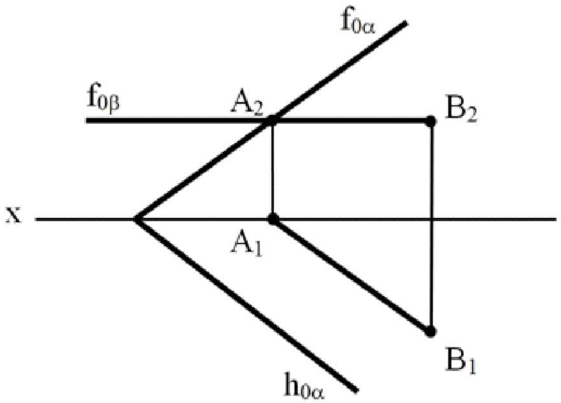

Рисунок 4.6

Линией пересечения горизонтальной плоскости уровня β с плоскостью общего положения α является горизонталь, фронтальная проекция A_2B_2 которой находится на следе $f_{0\beta}$, а горизонтальная проекция A_1B_1 горизонтали, как известно, параллельна горизонтальному следу $h_{0\alpha}$.

4.3. Построение точки пересечения прямой с плоскостью общего положения

Для построения точки пересечения прямой линии с плоскостью общего положения необходимо выполнить следующее:

1) через заданную прямую провести вспомогательную плоскость (наиболее удобно-проецирующую плоскость);

2) построить линию пересечения вспомогательной и данной плоскостей;

3) определить искомую точку, как точку пересечения данной прямой с построенной линией пересечения плоскостей.

Рассмотрим пример на наглядном изображении (рисунок 4.7).

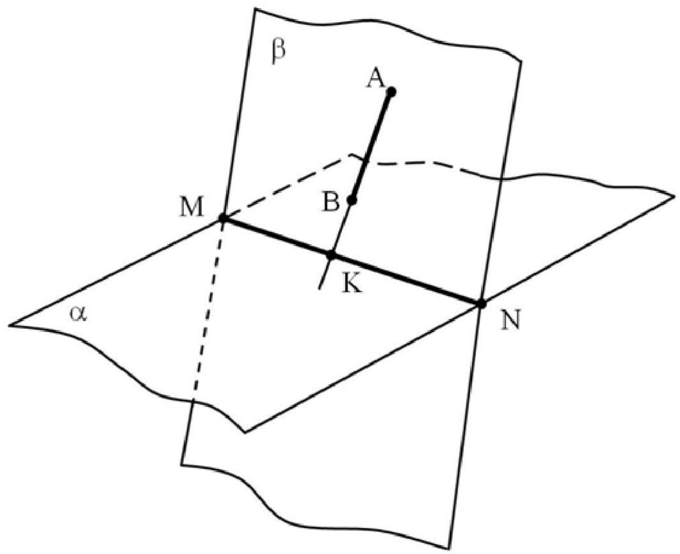

Рисунок 4.7

Дана прямая AB и плоскость общего положения α. Проведем через прямую плоскость β. Построим линию MN пересечения плоскостей α и β. Продолжим AB до пересечения с MN и найдем точку K.

Построим точку пересечения прямой DE с плоскостью общего положения, заданной треугольником ABC (рисунок 4.8).

Через прямую DE проведем горизонтально-проецирующую плоскость α. По точкам 1 и 2 пересечения сторон AC и AB треугольника с плоскостью α строим линию 1,2 пересечения данных плоскостей.

Фронтальная проекция K_2 точки пересечения прямой DE с плоскостью, заданной треугольником ABC, находится на пересечении фронтальной проекции D_2E_2 прямой с фронтальной проекцией 1_22_2 линии пересечения данной плоскости со вспомогательной плоскостью α. Горизонтальную проекцию K_1 определяем как недостающую проекцию точки, принадлежащей прямой DE.

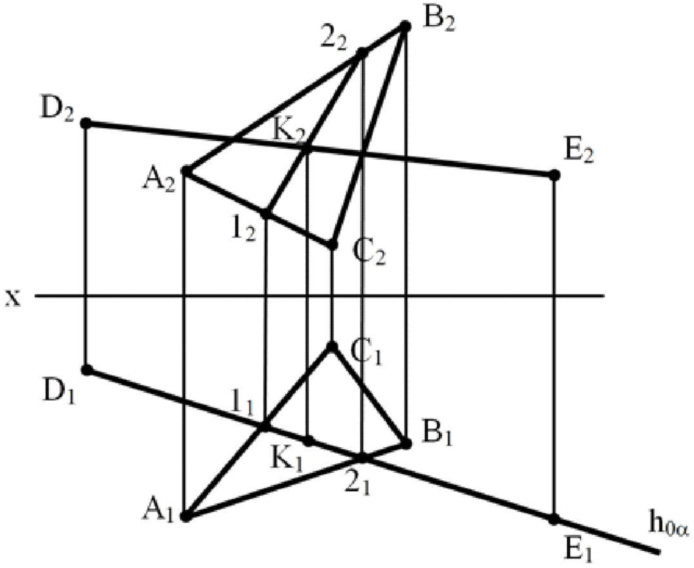

Рисунок 4.8

Построим точку пересечения прямой AB с плоскостью общего положения α, заданной следами (рисунок 4.9).

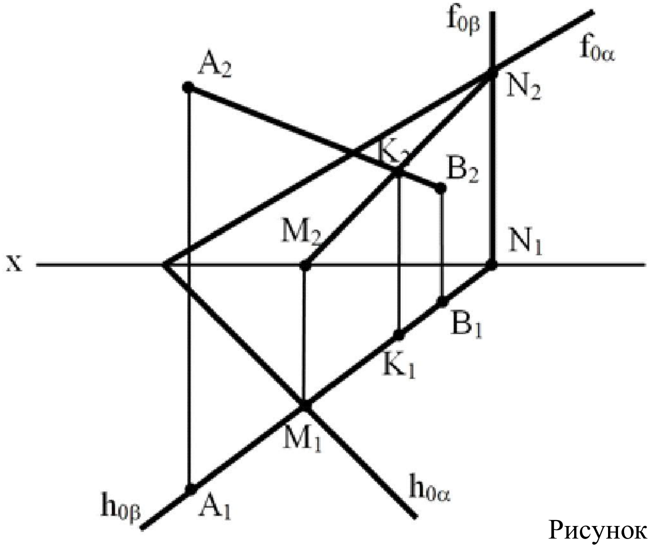

Рисунок 4.9

Через прямую AB проводим вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость β. Находим линию MN пересечения данной и вспомогательной плоскостей. На пересечении данной прямой AB с линией пересечения MN плоскостей α и β получаем точку K пересечения прямой с плоскостью.

4.4. Построение линии пересечения плоскостей общего положения

Построим линию пересечения плоскостей общего положения α и β, заданных следами (рисунок 4.10).

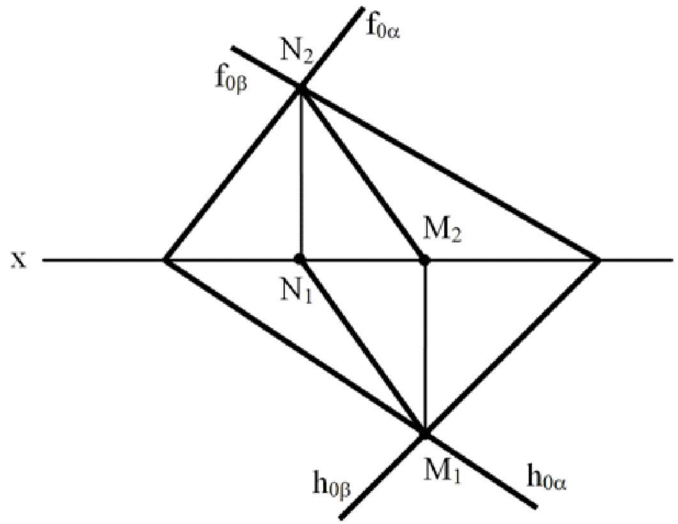

Рисунок 4.10

Линию пересечения плоскостей α и β находим по точкам пересечения M и N их одноименных следов. Прямая MN – линия пересечения плоскостей α и β.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется точкой встречи прямой с плоскостью?
2. Как строится точка пересечения прямой линии с плоскостью, перпендикулярной к одной или к двум плоскостям проекций?

3. Как строится линия пересечения двух плоскостей, из которых хотя бы одна перпендикулярна к пл. Π_1 или Π_2?
4. В чем заключается в общем случае способ построения точки пересечения прямой с плоскостью?
5. В чем заключается общий способ построения линии пересечения двух плоскостей?

5. ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТИ. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

5.1. Прямая, параллельная плоскости

Из курса геометрии известно, что прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, лежащей в плоскости.

Следовательно, чтобы на чертеже построить прямую, параллельную плоскости, нужно провести в этой плоскости какую-либо прямую и построить ей параллельную.

Рассмотрим ряд примеров.

Пример 1. Через точку А провести прямую, параллельную плоскости α, заданной следами (рисунок 5.1).

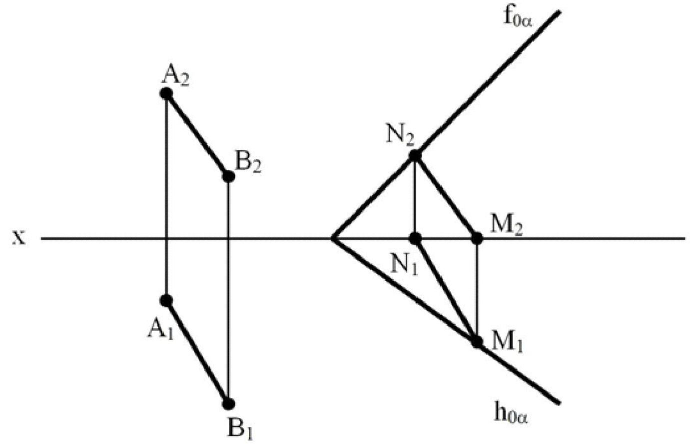

Рисунок 5.1

В плоскости а построим произвольную прямую MN и через проекции A_1 и A_2 проводим прямые, параллельные соответственно горизонтальной и фронтальной проекциям прямой MN.

Очевидно, что через точку А можно провести бесконечное множество прямых, параллельных плоскости. Например, без построения в плоскости а дополнительной прямой MN можно через точку A провести прямую, параллельную горизонтальному или фронтальному следу, которая и будет параллельна плоскости α.

Пример 2. Через точку D провести прямую, параллельную плоскости, заданной треугольником ABC (рисунок 5.2).

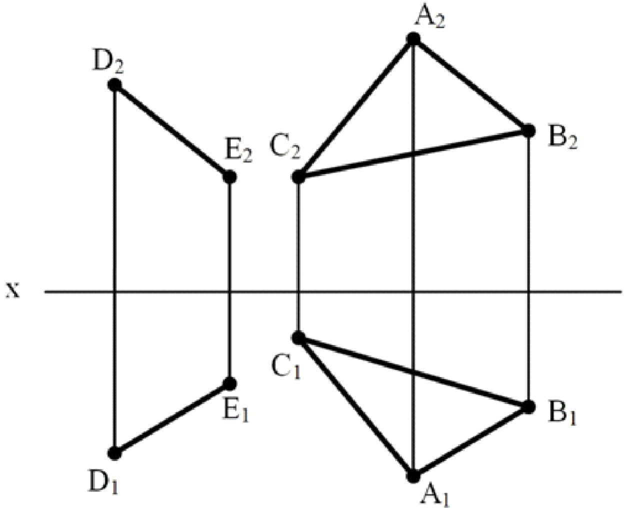

Рисунок 5.2

Согласно условию параллельности прямой и плоскости через точку D проводим прямую DE, параллельную одной из сторон треугольника, например AB. Строим $D_2E_2 \| A_2B_2$ и $D_1E_1 \| A_1B_1$.

Пример 3. Решим обратную задачу – через точку A провести плоскость, параллельную прямой DE (рисунок 5.3).

Плоскость можно задать пересекающимися прямыми AB и AC, одну из которых AB проводим параллельно данной прямой, т.е. $A_2B_2 \| D_2E_2$, $A_1B_1 \| D_1E_1$, а другую прямую AC проводим произвольно.

В рассмотренных примерах мы проводили прямую, параллельную плоскости и решали обратную задачу. А если дан чертеж прямой AB и плоскости и при этом необходимо определить параллельна ли прямая AB данной плоскости. В этом случае нужно попытаться провести в этой плоскости прямую, параллельную данной прямой. Если такую прямую построить не удалось, то заданные прямая и плоскость не параллельны.

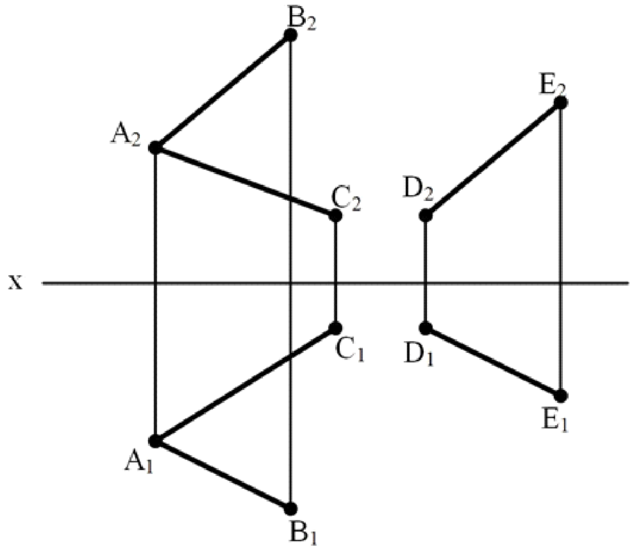

Рисунок 5.3

Пример 4. Определить параллельная ли прямая AB плоскости α (рисунок 5.4).

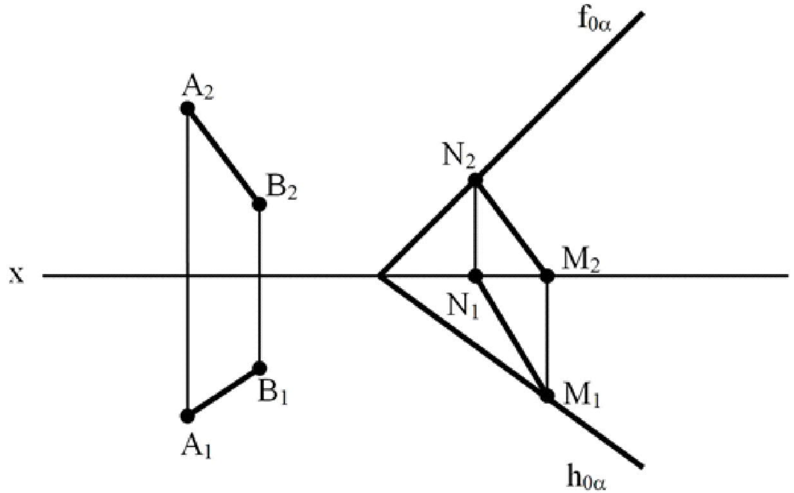

Рисунок 5.4

Как видно из рисунка прямая AB не параллельна плоскости α, так как M_1N_1 не параллельна A_1B_1.

5.2. Взаимно параллельные плоскости

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

Пример 1. Через точку D провести плоскость, параллельную плоскости, заданной треугольником ABC (рисунок 5.5).

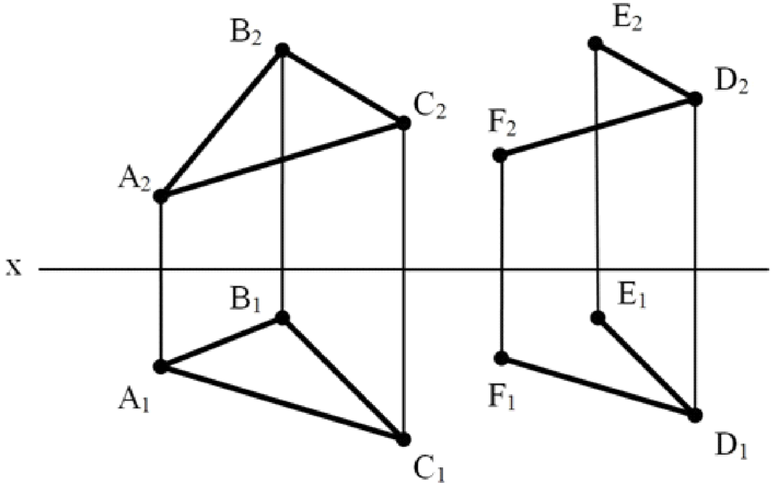

Рисунок 5.5

Через точку D проводим пересекающиеся прямые DE и DF, параллельные соответственно сторонам CB и CA треугольника ABC.

Если плоскости на чертеже заданы следами, то условием параллельности этих плоскостей является параллельность их одноименных пересекающихся следов (рисунок 5.6).

Пример 2. Через точку A провести плоскость β, заданную следами, параллельно плоскости α, заданной следами (рисунок 5.7).

Сначала через точку A проведем прямую, параллельную плоскости α, например, горизонталь AN ($A_1N_1 \| h_{0\alpha}$; $A_2N_2 \|$ оси x). Точка N – фронтальный след горизонтали AN, следовательно через N_2 пройдет

след $f_{0\beta} \| f_{0\alpha}$, а через x_β - след $h_{0\beta} \| h_{0\alpha}$. Плоскости α и β взаимно параллельны, так как их одноименные пересекающиеся следы параллельны.

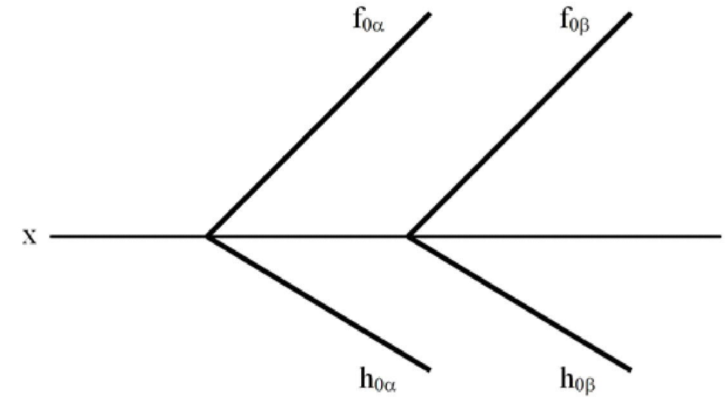

Рисунок 5.6

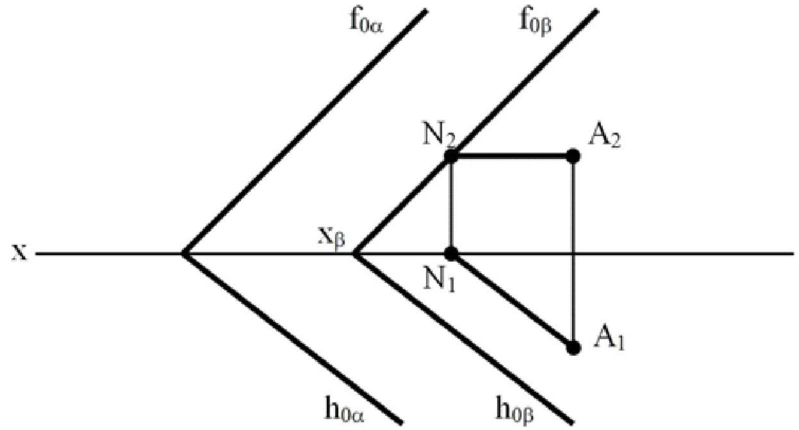

Рисунок 5.7

Исключением является случай, когда параллельны между собой фронтальные и горизонтальные следы профильно-проецирующих плоскостей (рисунок 5.8).

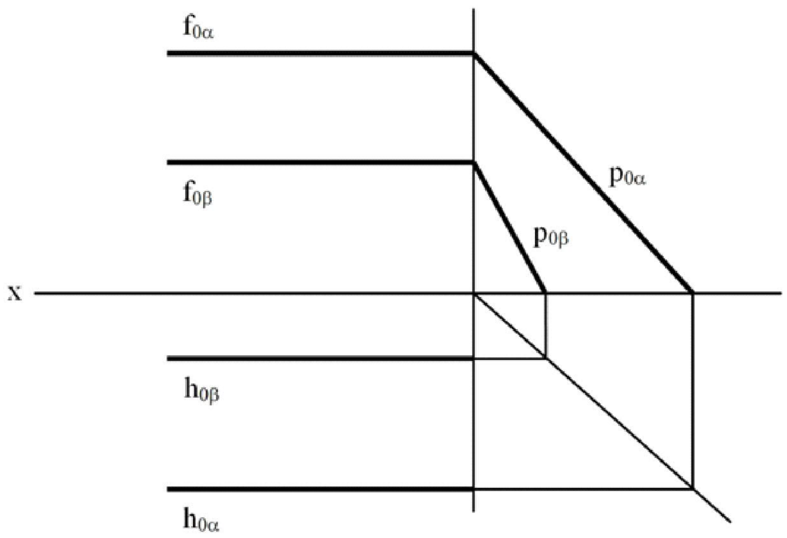

Рисунок 5.8

5.3. Прямая, перпендикулярная плоскости

Из курса геометрии известно, что прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости.

На заданной плоскости в качестве двух пресекающихся прямых удобно выбрать главные линии – фронталь и горизонталь. В этом случае можно воспользоваться правилом проецирования прямого угла.

Рассмотрим на наглядном изображении прямую AB, перпендикулярную плоскости α (рисунок 5.9).

В плоскости α через точку B проведем фронталь BC и горизонталь BD. Поскольку сторона BD прямого угла ABD параллельна плоскости Π_1, проекция этого угла $A_1B_1D_1$ представляет собой прямой угол.

Аналогично прямой угол ABC будет проецироваться в натуральную величину на фронтальную плоскость проекций, так как одна сторона его BC параллельна плоскости Π_2.

На основании этого следует, что горизонтальная проекция перпендикуляра к плоскости перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали или к горизонтальному следу плоскости; фронтальная проекция перпендикуляра к плоскости перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали или к фронтальному следу плоскости.

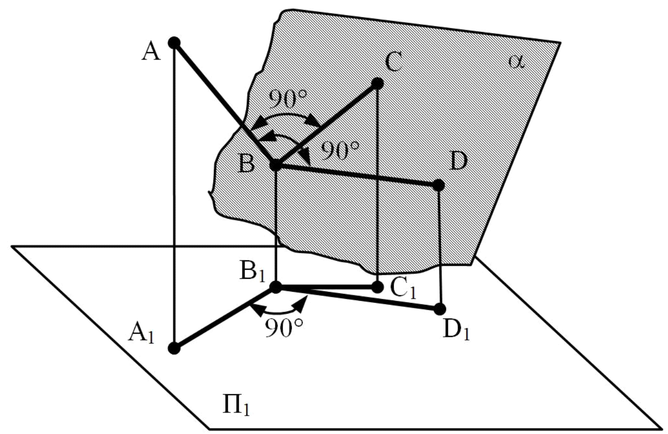

Рисунок 5.9

Пример 1. Из точки A опустить перпендикуляр на плоскость α, заданную следами (рисунок 5.10).

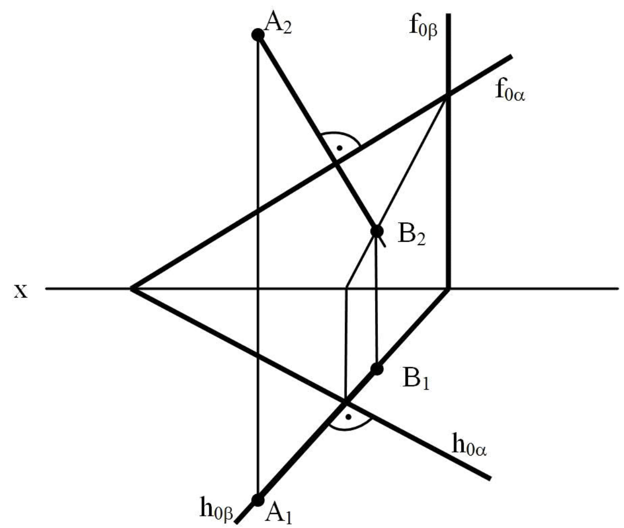

Рисунок 5.10

На основании вывода о построении проекций перпендикуляра к плоскости из точки A_1 проведем перпендикуляр к горизонтальному следу $h_{0\alpha}$, а из точки A_2 – перпендикуляр к фронтальному следу $f_{0\alpha}$. Затем находим основание перпендикуляра – точку B, как точку пересечения прямой с плоскостью.

Пример 2. К плоскости, заданной треугольником ABC через вершину A провести перпендикуляр (рисунок 5.11).

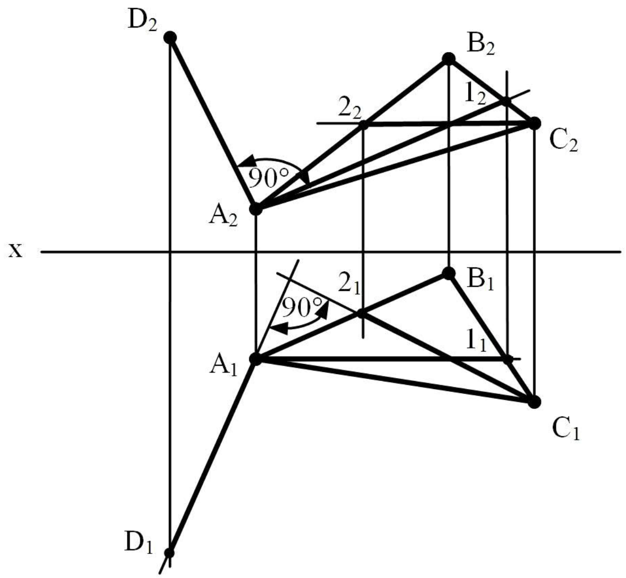

Рисунок 5.11

Так как фронтальная проекция перпендикуляра к плоскости должна быть перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали, а его горизонтальная проекция перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали, то в плоскости через точку A проведем фронталь и горизонталь. Затем проведем проекции перпендикуляра $A_2D_2 \perp A_21_2$, $A_1D_1 \perp C_12_1$.

Решим обратную задачу.

Пример 3. Построить плоскость, проходящую через точку C, перпендикулярную прямой AB (рисунок 5.12).

Плоскость зададим фронталью CD и горизонталью CE, которые проведем перпендикулярно данной прямой AB.

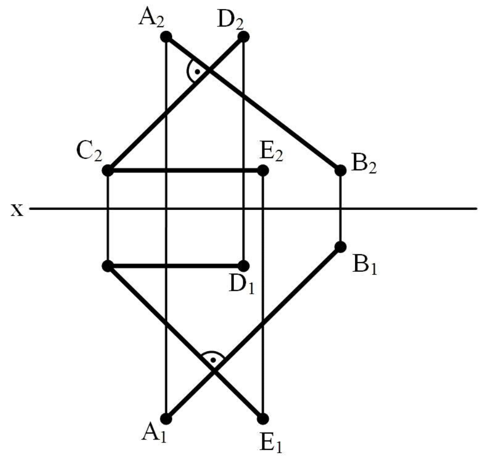

Рисунок 5.12

5.4. Взаимно перпендикулярные плоскости

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них имеет прямую линию, перпендикулярную к другой плоскости.

Пример. Через точку D провести плоскость, перпендикулярную плоскости, заданной треугольником ABC (рисунок 5.13).

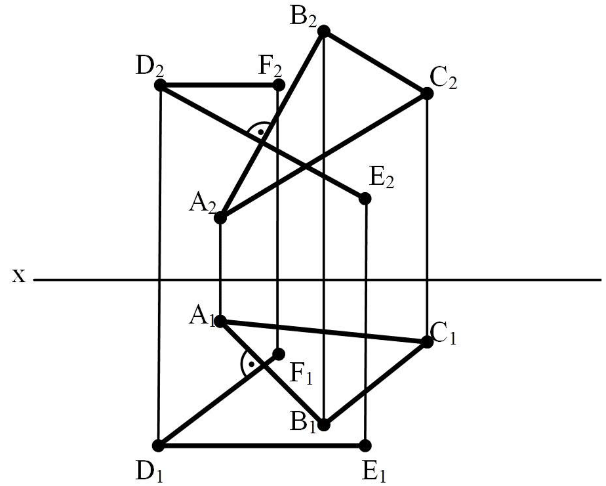

Рисунок 5.13

Через точку D проведем горизонталь DE и фронталь DF перпендикулярно стороне AB треугольника ABC. Пересекающиеся прямые DE и DF определяют плоскость, перпендикулярную данной плоскости.

Эта задача может быть решена также путем проведения через точку D прямой, перпендикулярной к данной плоскости, т.е. перпендикулярно к горизонтали и фронтали этой плоскости.

Геометрическим признаком перпендикулярности двух плоскостей, заданных следами, является.

1. Перпендикулярность горизонтальных следов горизонтально-проецирующих плоскостей (рисунок 5.14) и фронтальных следов фронтально-проецирующих плоскостей (рисунок 5.15).

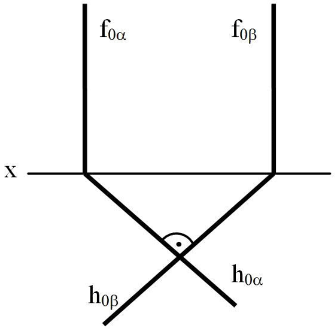

Рисунок 5.14

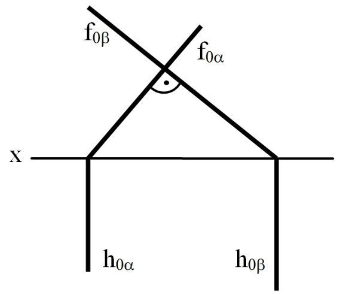

Рисунок 5.15

2. Перпендикулярность горизонтальных следов плоскости общего положения и горизонтально-проецирующей плоскости (рисунок 5.16) или фронтальных следов плоскости общего положения и фронтально-проецирующей плоскости (рисунок 5.17).

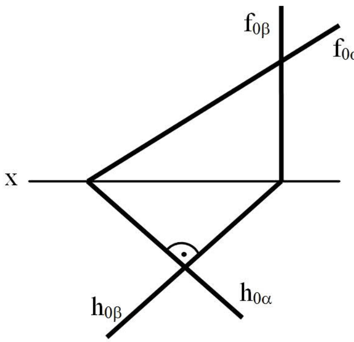

Рисунок 5.16

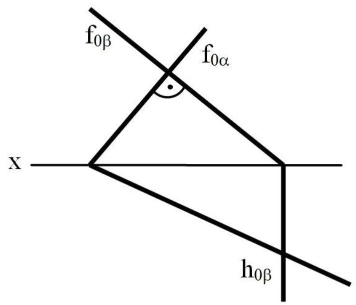

Рисунок 5.17

Вопросы для самопроверки

1. На чем основано построение линии, которая должна быть параллельна некоторой плоскости?
2. Как через точку провести прямую, параллельную данной плоскости?
3. Как через точку провести плоскость, параллельную данной прямой?
4. Как проверить на чертеже, параллельны ли одна другой заданные плоскости?
5. Как располагаются проекции перпендикуляра к плоскости?
6. Как провести плоскость, перпендикулярную к данной прямой?
7. Как построить взаимно перпендикулярные плоскости?
8. В каких случаях взаимная перпендикулярность одной пары одноименных следов плоскостей соответствует взаимной перпендикулярности самих плоскостей?
9. Перпендикулярны ли плоскости общего положения одна к другой, если их одноименные следы взаимно перпендикулярны?

6. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧЕРТЕЖА СПОСОБОМ ВРАЩЕНИЯ

6.1. Вращение вокруг оси, перпендикулярной к одной из плоскостей проекций

Из материала прошлых лекций известно, что прямые линии и плоские фигуры, которые занимают произвольное положение относительно плоскостей проекций, проецируются на эти плоскости в искаженном виде, что во многих случаях усложняет решение ряда задач в начертательной геометрии.

Поэтому для упрощения решения задач целесообразно преобразование геометрических фигур общего положения в фигуры частного положения.

Достигается это либо введением дополнительных плоскостей проекций без изменения положения прямой линии или плоской фигуры в пространстве (способ замены плоскостей проекций), либо изменением положения прямой линии или плоской фигуры путем поворота вокруг своей оси (способ вращения).

Сущность способа вращения заключается в том, что геометрический образ поворачивают вокруг выбранной оси вращения до частного положения относительно одной из плоскостей проекций.

Рассмотрим вращение точки вокруг оси, перпендикулярной к горизонтальной плоскости проекций (рисунок 6.1).

При вращении вокруг оси, перпендикулярной к горизонтальной плоскости проекций, точка описывает дугу окружности в плоскости, параллельной плоскости $П_1$, на которую она проецируется в натуральную величину.

При этом на фронтальную плоскость проекций дуга окружности проецируется в виде отрезка прямой, проходящей через фронтальную проекцию A_2 точки параллельно оси x.

В случае вращения точки вокруг оси, перпендикулярной фронтальной плоскости проекций (рисунок 6.2), точка описывает дугу окружности в плоскости, параллельной плоскости $П_2$, на которую она проецируется в натуральную величину. При этом на горизонтальную плоскость проекций дуга окружности проецируется в виде отрезка прямой, проходящей через горизонтальную проекцию A_1 параллельно оси x.

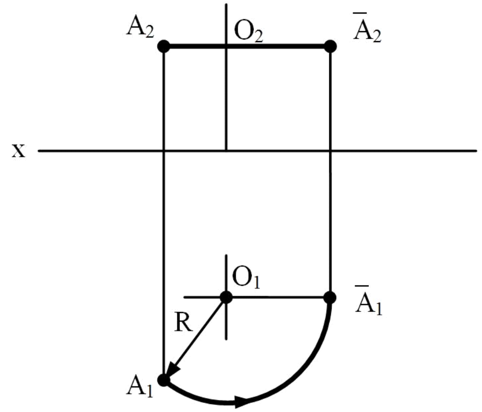

Рисунок 6.1

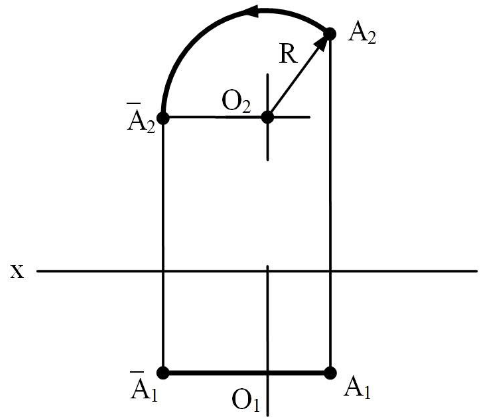

Рисунок 6.2

Таким образом, при вращении точки вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций, проекция точки на эту плоскость перемещается по дуге окружности радиусом равным перпендикуляру, проведенному из данной точки на ось вращения, а вторая проекция точки перемещается по прямой, параллельной оси проекций.

Вращение точки вокруг проецирующей прямой применяют при решении некоторых задач.

Пример 1. Определить натуральную величину и угол наклона отрезка АВ прямой общего положения к плоскости $П_1$ (рисунок 6.3).

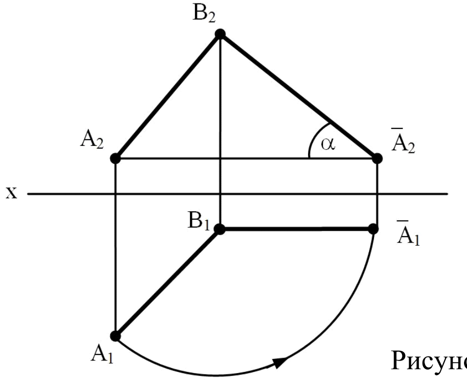

Рисунок 6.3

Для этого выбираем ось вращения, перпендикулярную к плоскости $П_1$ и проходящую через точку В.

Вращая точку А вокруг оси, повернем отрезок АВ в положение $\overline{A}\overline{B}$, параллельное плоскости $П_2$. При этом отрезок АВ спроецируется на плоскость $П_2$ в натуральную величину $\overline{A}_2\overline{B}_2$. Одновременно в натуральную величину будет проецироваться угол α наклона отрезка АВ к плоскости $П_1$.

Пример 2. Определить угол наклона плоскости α, заданной следами, к плоскости $П_1$ (рисунок 6.4).

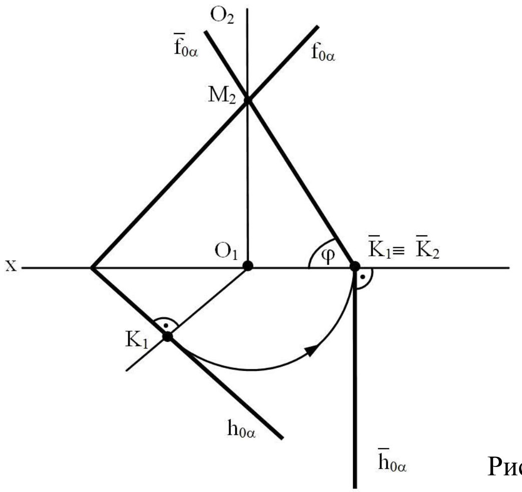

Рисунок 6.4

Для решения задачи необходимо плоскость а преобразовать во фронтально-проецирующую. Для этого выбираем ось вращения О, перпендикулярную плоскости $П_1$ и лежащую в плоскости $П_2$. Через точку O_1 проводим перпендикуляр O_1K_1 к следу $h_{0\alpha}$. Точку K_1 поворачиваем до совмещения с осью x (точка $\overline{K}_1$). Новое положение горизонтального следа $\overline{h}_{0\alpha}$ пройдет через точку $\overline{K}_1$ перпендикулярно оси x, а новое положение фронтального следа $\overline{f}_{0\alpha}$ пройдет через точку $\overline{K}_1$ и точку M_2 пересечения фронтального следа $f_{0\alpha}$ с осью вращения. Угол φ наклона нового фронтального следа $\overline{f}_{0\alpha}$ к оси x равен углу наклона данной плоскости к плоскости $П_1$.

6.2. Способ плоскопараллельного перемещения (способ вращения без указания положения осей вращения)

Сущность этого способа заключается в следующем. Одна из проекций геометрической фигуры без изменения формы и величины перемещается в требуемое положение, при этом точки другой проекции ее перемещаются по прямым, параллельным оси проекций, а новая проекция геометрической фигуры определяется по линиям связи.

Применяя способ плоскопараллельного перемещения, рассмотрим следующие примеры.

Пример 1. Определить натуральную величину отрезка АВ и угол наклона его к плоскости $П_1$ (рисунок 6.5).

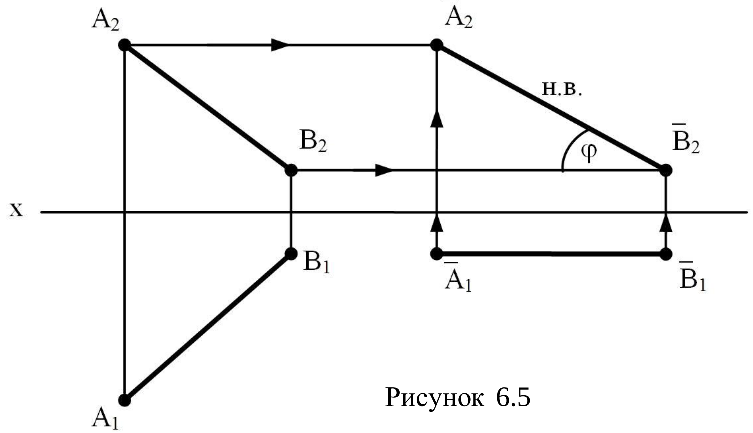

Рисунок 6.5

Горизонтальную проекцию A_1B_1 перемещаем в новое положение $\overline{A}_1\overline{B}_1$ параллельно оси x, т.е. отрезок AB преобразовываем в прямую, параллельную плоскости $П_2$. Через проекции A_2 и B_2 проводим прямые, параллельные оси x и с помощью линий связи находим новую фронтальную проекцию $\overline{A}_2\overline{B}_2$, которая и будет натуральной величиной отрезка. А угол φ, образованный этой проекцией с осью x, равен углу наклона данной прямой к плоскости $П_1$.

Пример 2. Определить натуральную величину треугольника ABC (рисунок 6.6).

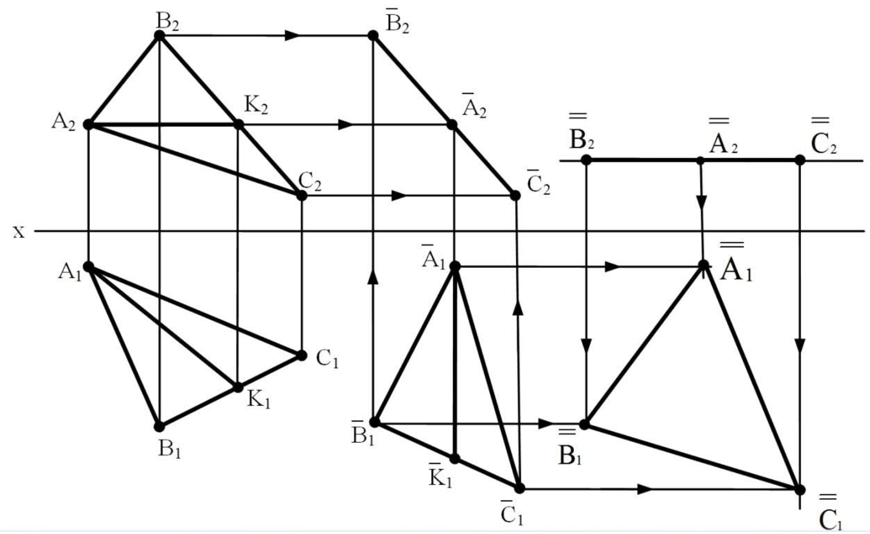

Рисунок 6.6

Для определения натуральной величины треугольника ABC необходимо повернуть его до положения параллельного одной из плоскостей проекций, например, плоскости $П_1$. Но для того, чтобы преобразовать плоскость общего положения в плоскость уровня, нужно предварительно повернуть ее так, чтобы она была перпендикулярна плоскости $П_2$. Для этого необходимо провести горизонталь в треугольнике ABC и повернуть ее до перпендикулярности к плоскости $П_2$. В этом случае треугольник, содержащий эту горизонталь, окажется также перпендикулярным плоскости $П_2$. Новая горизонтальная про-

екция треугольника сохраняет свой вид и величину ($A_1B_1C_1 = \overline{A}_1\overline{B}_1\overline{C}_1$). По линиям связи строим фронтальную проекцию треугольника, которая представляет собой прямую линию $\overline{B}_2\overline{C}_2$. Затем поворотом вокруг оси, перпендикулярной плоскости $П_2$, приведем треугольник ABC в положение, параллельное плоскости $П_1$. На свободном поле чертежа проводим прямую, параллельную оси x, на которой откладываем отрезок, равный $\overline{B}_2\overline{C}_2$. Через точки $\overline{A}_1\overline{B}_1$ и $\overline{C}_1$ проводим прямые, параллельные оси x и по линиям связи строим горизонтальную проекцию $\overline{\overline{A}}_1\overline{\overline{B}}_1\overline{\overline{C}}_1$ треугольника, которая и является его натуральной величиной.

6.3. Вращение вокруг горизонтали или фронтали

Этот способ применяется для определения натуральной величины плоской фигуры путем вращения его до положения параллельного плоскости проекций.

Пример. Определить натуральную величину треугольника ABC (рисунок 6.7)

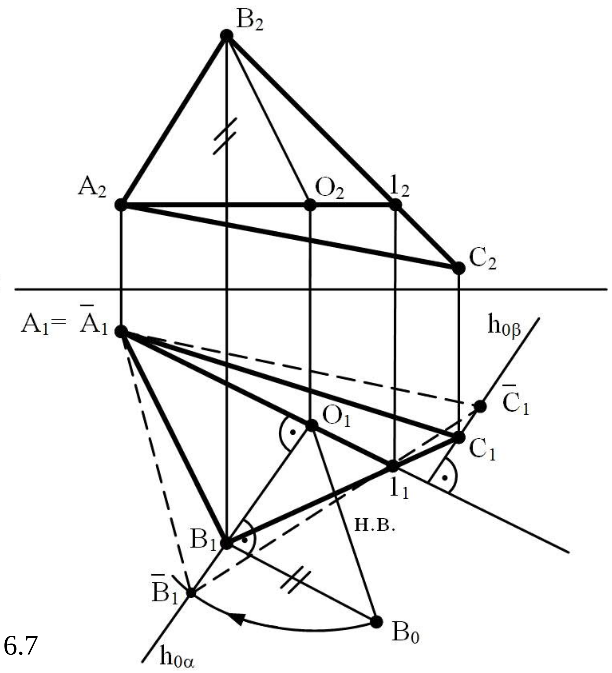

Рисунок 6.7

Вращением вокруг горизонтали A1 повернем треугольник ABC в положение, параллельное плоскости Π_1.

При этом точки A и 1, расположенные на оси вращения, своего положения не меняют, а точки B и C описывают окружности в плоскостях, перпендикулярных к горизонтали. Через проекции B_1 и C_1 проведем следы этих плоскостей перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонтали. Точка O_1 пересечения седа $h_{0\alpha}$ с осью вращения является центром вращения точки B. Радиус вращения точки B определяется отрезком OB.

Построим фронтальную проекцию B_2O_2 радиуса вращения. Способом прямоугольного треугольника определим натуральную величину радиуса вращения точки B – отрезок O_1B_0. Из центра в точке O_1 радиусом O_1B_0 проводим дугу окружности до пересечения со следом $h_{0\alpha}$ и получаем новую горизонтальную проекцию $\overline{B}_1$ точки B.

Так как точка C расположена на прямой BC и на следе $h_{0\beta}$, новая горизонтальная проекция ее $\overline{C}_1$ находится на пересечении прямой B_11_1 со следом $h_{0\beta}$. Соединив точки $A_1 = \overline{A}_1$, $\overline{B}_1$ и $\overline{C}_1$, получим натуральную величину треугольника, так как после поворота плоскость треугольника параллельна плоскости Π_1.

6.4. Вращение плоскости вокруг ее следа (способ совмещения)

Этот способ можно рассматривать как частный случай вращения вокруг горизонтали или фронтали.

Если плоскость вращать вокруг ее следа до совмещения с плоскостью проекций, то расположенная в ней геометрическая фигура после совмещения будет иметь натуральную величину.

Пример 1. Плоскость общего положения совместить с плоскостью Π_1 вращением вокруг горизонтального следа (рисунок 6.8).

След $h_{0\alpha}$ как ось вращения и точка пересечения следов x_α не меняют своего положения. Для построения совмещенного положения следа $f_{0\alpha}$ найдем совмещенное положение какой-нибудь точки N, лежащей на этом следе. Эта точка опишет дугу окружности в плоскости β, перпендикулярной следу $h_{0\alpha}$, радиусом NO. Способом прямоугольного треугольника определим натуральную величину O_1N_0 радиуса вращения и этим радиусом с центром в точке O_1 опишем дугу до пересечения ее со следом $h_{0\beta}$ в точке $\overline{N}_1$. Проведя через точки x_α и N_1 прямую, получим совмещенное положение $f_{0\alpha}$ фронтального следа плоскости.

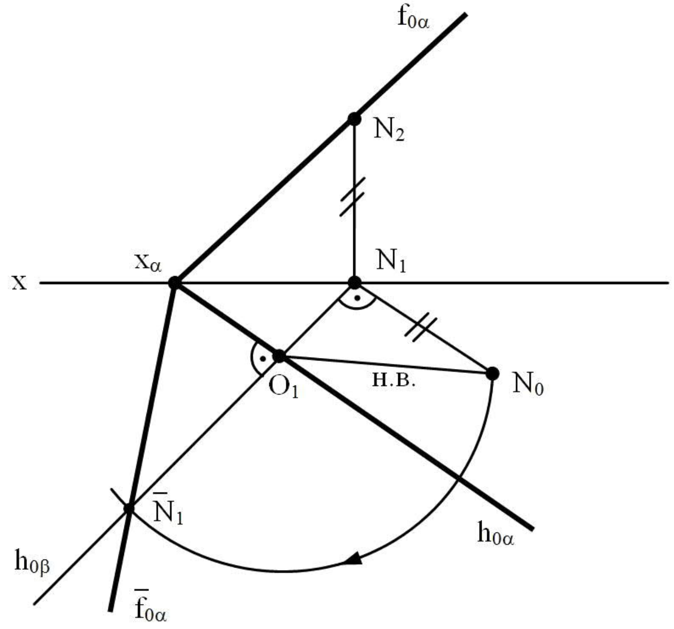

Рисунок 6.8

Пример 2. Найти совмещенное положение точки A, принадлежащей плоскости общего положения α, заданной следами, с плоскостью Π_1 (рисунок 6.9).

При вращении плоскости α вокруг следа $h_{0\alpha}$ точка A описывает вокруг этого следа окружность радиусом AO в плоскости b, перпендикулярной оси вращения. Через A_1 проведем перпендикуляр к следу $h_{0\alpha}$ и определив натуральную величину радиуса вращения O_1A_0, описываем им дугу с центром в точке O_1 до пересечения со следом $h_{0\beta}$ в точке $\overline{A}_1$. Точка $\overline{A}_1$ определяет совмещенное положение точки A с плоскостью Π_1.

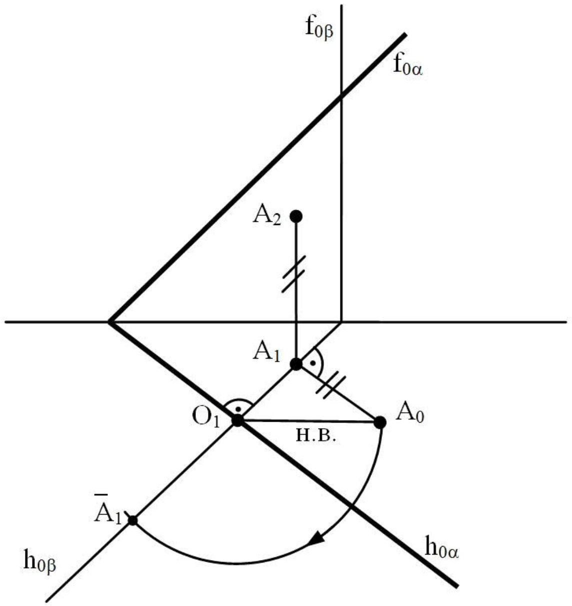

Рисунок 6.9

Вопросы для самопроверки

1. В чем заключается способ вращения?
2. Как перемещаются проекции точки при вращении вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций?
3. Как осуществляется поворот плоскости, выраженной следами?
4. В каком случае не изменяется при вращении наклон прямой линии по отношению к плоскости Π_1?
5. Опишите сущность способа вращения вокруг горизонтали (фронтали)?
6. Что понимается под названием «способ совмещения»?
7. Как определить расстояние от точки до плоскости общего положения?

7. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧЕРТЕЖА СПОСОБОМ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

7.1. Сущность способа замены плоскостей проекций

Преобразование чертежа геометрической фигуры способом замены плоскостей проекций достигается путем перехода от заданных плоскостей проекций к новым без изменения положения проецируемой фигуры в пространстве. При этом, новая дополнительная плоскость проекций выбирается так, чтобы она была перпендикулярна одной из данных плоскостей проекций, а прямая линия или плоская фигура занимала относительно ее частное положение.

Рассмотрим на наглядном изображении принцип построения проекции точки на дополнительной плоскости проекций (рисунок 7.1).

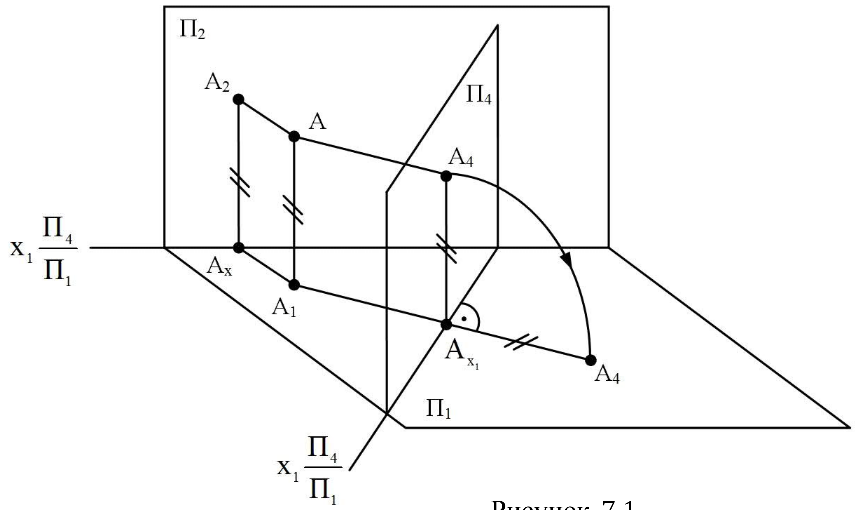

Рисунок 7.1

Пусть в системе $\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$ дана точка А и указаны ее проекции A_1 и A_2. Заменим плоскость Π_2 новой фронтальной плоскостью проекций Π_4, перпендикулярной плоскости Π_1.

Линия пересечения плоскостей Π_1 и Π_4 является осью проекций новой системы плоскостей проекций $\dfrac{\Pi_4}{\Pi_1}$ и обозначается через $x_1\left(\dfrac{\Pi_4}{\Pi_1}\right)$.

Спроецируем точку А на дополнительную плоскость проекций Π_4 и получим новую фронтальную проекцию A_4 точки А.

Из чертежа видно, что расстояние от новой проекции A_4 до оси $x_1\left(\dfrac{\Pi_4}{\Pi_1}\right)$ равно расстоянию от фронтальной проекции A_2 в старой системе до оси x, т.е. равно аппликате точки А: $A_4A_{x_1} = A_2A_x = AA_1 = z_A$.

Отсюда следует, что для построения на чертеже новой фронтальной проекции точки нужно на линии связи, проведенной через горизонтальную проекцию A_1 точки, отложить от новой оси проекций $x_1\left(\dfrac{\Pi_4}{\Pi_1}\right)$ расстояние равное аппликате точки (рисунок 7.2).

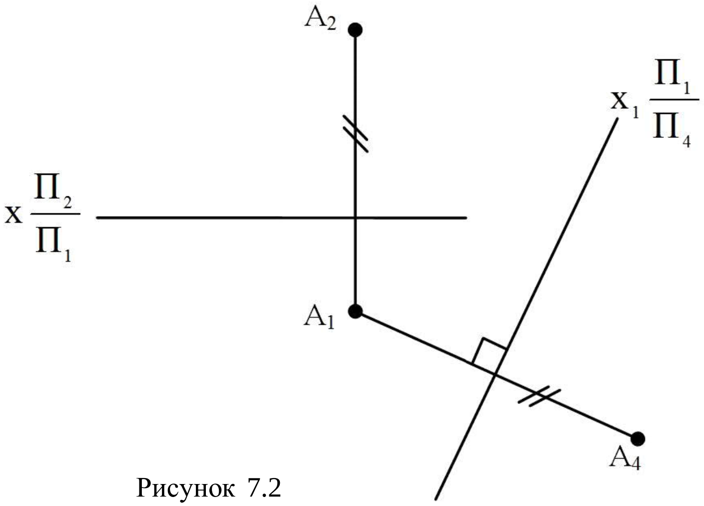

Рисунок 7.2

Замена горизонтальной плоскости проекций новой осуществляется аналогично (рисунок 7.3).

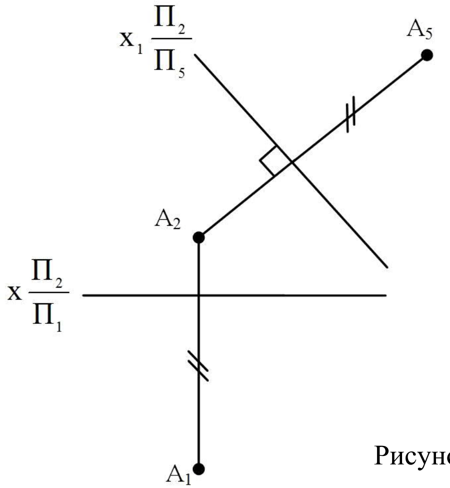

Рисунок 7.3

Все задачи, решаемые способом замены плоскостей проекций, можно свести к одной из следующих четырех.

7.2. Преобразование прямой общего положения

Пример. Преобразовать прямую АВ общего положения в прямую уровня или другими словами, определить натуральную величину отрезка прямой и угол наклона его к плоскости проекций (рисунок 7.4).

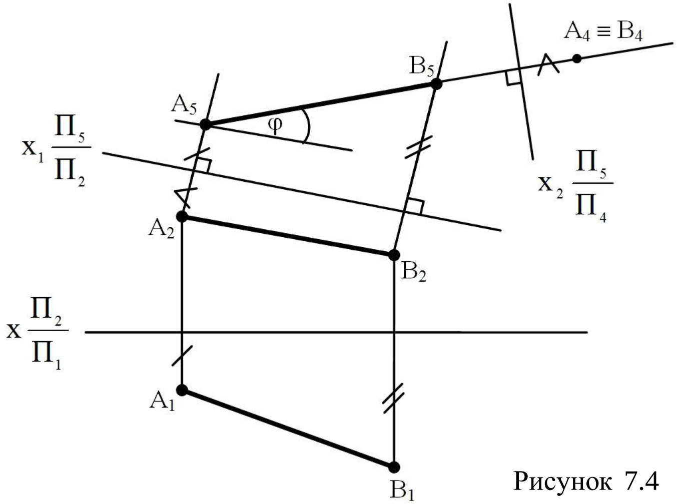

Рисунок 7.4

Для решения этой задачи выбираем новую плоскость проекций Π_5, параллельную данной прямой и перпендикулярную плоскости Π_2.

Ось проекций x_1 новой системы $\dfrac{\Pi_5}{\Pi_2}$ проводим параллельно фронтальной проекции A_2B_2 отрезка АВ. Построим проекции точек А и В в плоскости Π_5. Соединив эти проекции прямой, получим натуральную величину отрезка АВ – отрезок A_5B_5, а угол φ, образованный проекцией A_5B_5 с осью x_1, равен углу наклона прямой к фронтальной плоскости проекций Π_2.

7.3. Преобразование прямой общего положения в проецирующую прямую

Пример. Преобразовать прямую АВ общего положения в проецирующую прямую.

Очевидно, что эта задача не решается заменой одной плоскости проекций, так как новая плоскость проекций не может быть одновременно перпендикулярна прямой общего положения и одной из плоскостей проекций исходной системы.

Поэтому для решения этой задачи требуется провести два преобразования чертежа, т.е. преобразование прямой общего положения в прямую уровня (как в предыдущем случае), а затем – в проецирующую прямую, введя дополнительную плоскость проекций, перпендикулярную A_5B_5 (рисунок 7.4).

7.4. Преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость

Пример. Преобразовать плоскость общего положения, заданную треугольником АВС, в проецирующую плоскость (рисунок 7.5). По условию задачи новая плоскость проекций должна быть перпендикулярна данной плоскости.

Это условие будет выполнено если дополнительная плоскость проекций будет перпендикулярна горизонтали (горизонтальному следу) данной плоскости при замене фронтальной плоскости проекций Π_2 или фронтали (фронтальному следу) при замене горизонтальной плоскости проекций Π_1.

7.5. Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня

Пример. Преобразовать плоскость общего положения, заданную треугольником АВС, в плоскость уровня, т.е. определить натуральную величину плоской фигуры (рисунок 7.5).

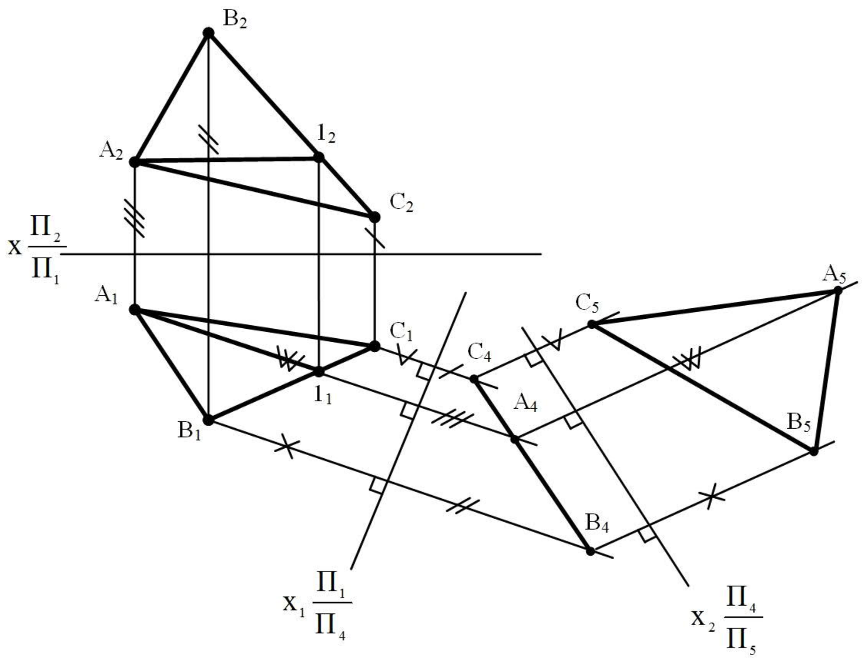

Рисунок 7.5

Поскольку невозможно выбрать новую плоскость проекций, которая была бы одновременно параллельна данной плоскости общего положения (ΔАВС) и перпендикулярна одной из плоскостей проекций основной системы $\dfrac{\Pi_2}{\Pi_1}$, для решения этой задачи необходимо последовательно выполнить две замены плоскостей проекций.

Вначале данную плоскость преобразовываем в проецирующую плоскость (как в предыдущем примере), а затем – в плоскость уровня (рисунок 7.5).

Вопросы для самопроверки

1. В чем заключается сущность способа замены плоскостей проекций?
2. Как найти длину отрезка прямой линии и углы этой прямой с плоскостями $П_1$ и $П_2$, вводя дополнительные плоскости проекций?
3. Сколько дополнительных плоскостей проекций надо ввести в систему $\frac{П_2}{П_1}$, чтобы определить натуральный вид фигуры, плоскость которой перпендикулярна к пл. $П_1$?
4. Сколько и в какой последовательности надо ввести дополнительных плоскостей в систему $\frac{П_2}{П_1}$, чтобы заданная прямая общего положения оказалась перпендикулярной к дополнительной плоскости проекций?

ГЛОССАРИЙ

Аксонометрия в переводе с греческого означает «осеизмерение» (измерение по осям), раздел черчения, в котором рассматривается способ получения наглядных изображений предметов на плоскости.

Вращением геометрического образа вокруг оси называется такое движение, при котором каждая точка геометрического образа перемещается по окружности, плоскость которой перпендикулярна к оси вращения, центр расположен в точке пересечения оси вращения с плоскостью вращения, а радиус равен расстоянию от точки до оси вращения.

Винтовая линия есть траектория точки, движущейся вдоль линии, которая, в свою очередь, вращается вокруг оси.

Винтовой поверхностью называется поверхность, которую образует некоторая линия, совершая **винтовое движение.**

Горизонтальная прямая – прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций ($П_1$). На чертеже фронтальная проекция этой прямой параллельна оси проекций Ох, а горизонтальная проекция прямой равна самому отрезку.

Горизонтально-проецирующая прямая – это прямая перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций $П_1$.

Горизонталь, фронталь плоскости – это главные линии плоскости.

Горизонталь плоскости – это горизонтальная прямая, принадлежащая плоскости в пространстве.

Горизонтальный след прямой – это точка пересечения прямой с горизонтальной плоскостью проекций.

Горизонтально проецирующая плоскость – это плоскость перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций.

Горизонтальная плоскость уровня – это плоскость параллельная горизонтальной плоскости проекций.

Гранной (или многогранной) называется поверхность, образованная частями пересекающихся плоскостей – гранями.

Геометрический объект – предмет, составляющий часть внешнего материального мира, имеющий форму и размеры (например, высоту, ширину и длину).

Гипербола – плоская кривая, состоящая из двух разомкнутых, симметрично расположенных ветвей. Разность расстояний от каждой точки гиперболы до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная и равная действительной оси гиперболы.

ЕСКД – единая система конструкторской документации. Включает комплекс стандартов, которые устанавливают единые правила выполнения и оформления чертежей и текстовых материалов, порядок их учёта и хранения во всех отраслях промышленности, строительства и транспорта. ЕСКД включает в себя свыше ста стандартов, которыми надо пользоваться при чтении и выполнении чертежей.

Замена плоскостей проекций – суть этого способа заключается в том, что геометрические образы остаются неизменными, а плоскости проекций заменяются.

Координаты – числа, определяющие положение точки на плоскости, поверхности или в пространстве. *Прямоугольные* – координаты, в которых положение точки определяют тремя величинами x, y, z, отмеряемыми вдоль трёх взаимно перпендикулярных осей. *Полярные* – координаты, в которых положение точки на плоскости определяется расстоянием от этой точки до полюса (фиксированной точки) и углом между радиус-вектором (прямой, соединяющей точку с полюсом) и полярной осью.

Конкурирующими называют точки, у которых равны две одноимённые координаты. Конкурирующие точки расположены на одной проецирующей прямой.

Конус – геометрическое тело, образованное вращением прямоугольного треугольника около одного из его катетов. Боковая поверхность конуса есть часть конической поверхности.

Куб – прямоугольный параллелепипед, все рёбра которого конгруэнтны между собой.

Линия – графическая форма, используемая при создании графических моделей для указания направления, протяжённости или движения; для изображения траектории, для обозначения границ или деления.

Линия наибольшего наклона – это линия заданной плоскости, которая имеет наибольший угол наклона к плоскости проекций.

Метод Монжа (греч. methodos – теория, учение) – научно обоснованная система построения изображений предмета, разработанная французским учёным Гаспаром Монжем (1746–1818). Основой метода является проецирование предмета на взаимно перпендикулярные плоскости проекций. Система полученных проекций полностью отображает его форму. Г. Монж положил начало развитию науки «начертательная геометрия».

Масштаб – отношение линейных размеров изображения к действительным размерам изображённого предмета.

Многогранник – геометрический объект, ограниченный совокупностью плоских многоугольников (граней).

Метрические задачи – задачи, решения которых позволяют определить значения различных величин: величину угла, расстояния между точками, площадь сечения, построение угла и отрезка с заданными значениями градусной или линейной величины и др.

Многоугольник – плоская фигура, ограниченная замкнутой ломаной линией, звенья которой называются сторонами многоугольника, а точки пересечения звеньев – вершинами.

Начертательная геометрия – наука, являющаяся разделом геометрии. Изучает правила изображения пространственных предметов на плоскости. правила построения изображений, излагаемые в начертательной геометрии, основаны на методе проекций. Поэтому проекционный метод построения изображений является основным в начертательной геометрии. В зависимости от метода проецирования в ней рассматриваются следующие основные разделы: ортогональные проекции, проекции с числовыми отметками, аксонометрические проекции, перспектива.

Особыми линиями плоскости или главными называют линии уровня и линии наклона плоскости.

Общее положение плоскость занимает в том случае, если она не перпендикулярна ни к одной основной плоскости проекций.

Определитель линии – это минимальная информация, необходимая и достаточная для однозначного построения на эпюре любой точки кривой.

Образующая – линия, которая при своём движении образует какую-либо поверхность. Если эта поверхность образуется движением прямой линии, то она называется линейчатой. Например, цилиндрическая и коническая поверхности – линейчатые. При вращении полуокружности вокруг её диаметра образуется сфера.

Проекция (лат. projectio – выбрасывание вперёд) – изображение пространственных геометрических тел на плоскости. Различают центральные и параллельные (прямоугольные и косоугольные) проекции. Центральные применяются в рисунке, фотографии и др., параллельные – в техническом черчении, топографии, картографии и др.

Проекция точки – точка пересечения проецирующего луча с плоскостью проекций.

Проецирующий луч – прямая линия, проведённая через каждую характерную точку предмета.

Позиционные задачи – задачи, решения которых позволяют определить взаимное расположение геометрических объектов: задачи на построение линии пересечения поверхностей; задачи на определение точек пересечения линии с поверхностью; задачи на принадлежность точки линии или поверхности.

Прямая общего положения – это прямая не параллельна ни одной плоскости проекций.

Прямая частного положения – это прямая параллельна хотя бы одной плоскости проекций.

Прямые уровня – это прямые параллельные одной плоскости проекций.

Проецирующие прямые – это прямые, перпендикулярные к плоскости проекций и, следовательно, параллельны двум другим (основным) плоскостям проекций.

Профильная прямая – прямая, параллельная профильной плоскости проекций ($П_3$). На чертеже горизонтальная проекция этой прямой параллельна оси Оу, фронтальная – оси Oz, а профильная проекция прямой равна самому отрезку.

Профильно-проецирующая прямая – это прямая перпендикулярная профильной плоскости проекций $П_3$.

Профильный след прямой – это точка пересечения прямой с профильной плоскостью проекций.

Прямые параллельны, то для чертежа этих прямых характерно, что одноимённые проекции этих прямых параллельны между собой.

Прямые пересекаются, то для чертежа этих прямых характерно, что точка пересечения будет лежать в одной точке и на одной линии связи.

Плоскость – поверхность, образуемая движением прямой линии, которая движется параллельно самой себе по неподвижной направляющей прямой.

Плоскость общего положения – плоскость, расположенная по

отношению к плоскостям проекций под произвольным углом, отличным от 90°.

Плоскость частного положения – плоскость, параллельная плоскости проекций (плоскость уровня) либо перпендикулярная плоскости проекций (проецирующая плоскость).

Прямая принадлежит плоскости, если хотя бы две её точки лежат в этой плоскости.

Профильная плоскость уровня – это плоскость параллельная профильной плоскости проекций.

Плоскопараллельным перемещением называется такое перемещение, при котором все точки геометрического образа перемещаются в параллельных плоскостях. При таком перемещении движется сам геометрический образ, а плоскости проекций остаются неподвижными.

Проецирующая плоскость – это плоскость перпендикулярна к одной плоскости проекций.

Плоскость уровня – это плоскость перпендикулярна к двум плоскостям проекций, следовательно, параллельна третьей плоскости проекций.

Профильно-проецирующая плоскость – это плоскость перпендикулярная профильной плоскости проекций.

Парабола – плоская кривая, каждая точка которой равноудалена от директрисы прямой, перпендикулярной к оси симметрии параболы, и от фокуса – точки, расположенной на оси симметрии параболы.

Пирамида это многогранник, у которого одна грань (основание) – плоский многоугольник, а все остальные (боковые) – плоские треугольники, имеющие общую вершину. Высота пирамиды – отрезок перпендикуляра, опущенного из её вершины на плоскость основания.

Призма – это многогранник, две грани которого представляют собой равные многоугольники с взаимно – параллельными сторонами – основаниями.

Развёрткой называется плоская фигура, полученная в результате развёртывания поверхности (или её части).

Рамка чертежа состоит из линий, ограничивающих рабочие поле чертежа. Рамку чертежа наносят сплошной толстой основной линией. С левой стороны листа должно быть оставлено свободное поле шириной 20 мм для подшивки чертежей, с трёх других сторон рамку чертежа наносят на расстоянии 5 мм от внешней рамки или сторон формата. На учебных чертежах поле для подшивки допускается оставлять вдоль любой из сторон.

Следом прямой называют точку её пересечения с плоскостью проекций.

Скрещивающиеся прямые, то для чертежа этих прямых характерно, что точка пересечения не будет лежать в одной точке и на одной линии связи.

Способ совмещения будет считаться преобразованием плоскости в плоскость уровня посредством вращения вокруг её линии уровня.

След плоскости есть линия пересечения данной плоскости с плоскостью проекций, различают: *фронтальный*, *горизонтальный и профильный* следы плоскости.

Сопряжение линий – плавный переход одной линии в другую. Общая для этих линий точка называется точкой сопряжения или точкой перехода.

Точка – графическая форма, используемая при конструировании графических моделей для указания места положения.

Точка схода следов – вершина трёхгранного угла, образованного данной плоскостью с двумя плоскостями проекций.

Точка принадлежит прямой, если проекции этой точки лежат на одноимённых проекциях прямой.

Тела вращения – ограничены поверхностями, которые получаются в результате вращения какой-либо линии вокруг неподвижной оси: цилиндр, конус, шар, тор.

Тор – поверхность, которая образуется при вращении окружности вокруг оси, не проходящей через центр окружности.

Уклон – величина наклона одной прямой относительно другой, выражается он отношением двух чисел, в котором числителем является один из катетов прямоугольного треугольника, а знаменателем – другой катет.

Фронтальная прямая – прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций ($П_2$). На чертеже горизонтальная проекция этой прямой параллельна оси проекций Ох, а фронтальная проекция прямой равна самому отрезку.

Фронталь плоскости – это фронтальная прямая, принадлежащая плоскости в пространстве.

Фронтально-проецирующая прямая – это прямая перпендикулярная фронтальной плоскости проекций $П_2$.

Фронтальный след прямой – это точка пересечения прямой с фронтальной плоскостью проекций.

Фронтально проецирующая плоскость – это плоскость перпендикулярная фронтальной плоскости проекций.

Фронтальная плоскость уровня – это плоскость параллельная фронтальной плоскости проекций.

Фигура – графическая форма, используемая для обозначения контура, площади, очертания, обрамления краёв при создании графической модели объекта, процесса или явления.

Цилиндр – геометрический объект, ограниченный цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, называемыми основанием. Основаниями цилиндра являются конгруэнтные круги. В зависимости от угла наклона образующих цилиндрической поверхности к основанию различают прямой цилиндр и наклонный. Прямой круговой цилиндр образуется вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон.

Чертёж – графическое изображение, выполненное с соблюдением правил проецирования трёхмерного объекта на плоскости.

Частное положение плоскость занимает в том случае, если она параллельна или перпендикулярна одной из плоскостей проекций.

Штриховка (нем. strich – черта, линия) – система повторяющихся в определённом ритме линий, штрихов или точек, а также их комбинационные сочетания, которыми покрывается тот или иной участок изображения предмета.

Шар – геометрическое тело, получающееся при вращении круга вокруг своего диаметра. Шар ограничен сферой; центр сферы называется центром шара, а ее радиус - радиусом шара.

Эпюр (epure – франц. чертёж, проект) **–** изображение объекта, получаемое при совмещении плоскостей проекций.

Экстремальные точки – это такие точки кривой, которые удалены от плоскостей проекций на максимальное или минимальное расстояние (в ближайшей окрестности – справа и слева).

Эллипс – это замкнутая кривая, симметричная относительно осей и центра. Через центр эллипса проходят его *диаметры*.

Эллипсоид вращения – замкнутая поверхность (2-го порядка), образованная вращением *эллипса* вокруг одной из его осей. Если поверхность образована вращением эллипса вокруг его большой оси, то получается эллипсоид вращения вытянутый, если вокруг его малой оси – эллипсоид вращения сжатый.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

а) использованная литература

1. Фролов, С. А. Начертательная геометрия: учебник / С. А. Фролов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: ИНФРА-М, 2020. – 285 с.
2. Серга, Г. В. Начертательная геометрия: учебник / Г. В. Серга, И. И. Табачук, Н. Н. Кузнецова. – 3-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2018. – 444 с.
3. Тарасов, Б. Ф. Начертательная геометрия: учебник / Б. Ф. Тарасов, Л. А. Дудкина, С. О. Немолотов. – Санкт-Петербург: Лань, 2012. – 256 с.
4. Макарова, М. Н. Начертательная геометрия: учебное пособие / М. Н. Макарова. – Москва: Академический Проект, 2020. – 400 с.
5. Варенцова, Т. А. Начертательная геометрия: учебное пособие / Т. А. Варенцова, Г. Н. Уполовникова. – Тольятти: ТГУ, 2019. – 184 с.

б) рекомендуемая литература

1. Бударин, О. С. Начертательная геометрия: учебное пособие / О. С. Бударин. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2019. – 360 с.
2. Кобылянский, М. Т. Начертательная геометрия: учебное пособие / М. Т. Кобылянский, Т. В. Богданова. – Кемерово: КузГТУ имени Т.Ф. Горбачева, 2018. – 115 с.
3. Начертательная геометрия: учебное пособие / В. В. Корниенко, В. В. Дергач, А. К. Толстихин, И. Г. Борисенко. – 4-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2013. – 192 с.
4. Сальков, Н. А. Сборник задач по курсу начертательной геометрии: учеб. пособие / Н.А. Сальков. – М.: ИНФРА-М, 2017. – 127 с.
5. Леонова, О. Н. Начертательная геометрия. Рабочая тетрадь: учебное пособие / О. Н. Леонова. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 48 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Лицензия: ЛР. № 020574 от 6 мая 1998 г.

Подписано в печать 09.11.2021 г. Бумага писчая. Печать трафаретная.
Бумага 60х84 1/16. Усл. печ. л. 5,5. Тираж 35. Заказ 157.

362040, Владикавказ, ул. Кирова, 37.
Типография ФГБОУ ВО «Горский госагроуниверситет»