МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ГОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебно-методическое пособие
по практическим занятиям
по курсу: «Теоретические основы электротехники»
для студентов очного и заочного образования
энергетического факультета

Направление подготовки – 35.03.06 «Агроинженерия»
Профиль подготовки – «Электрооборудование
и электротехнологии»

Владикавказ, 2021

УДК 621.

Составители (авторы): ***Айларов А.А., Себетова Р.И.***

Рецензенты:

И.Х. Есенов, к.т.н., доцент, зав. кафедрой Энергетики;

Т.Х. Кабалоев, д.т.н., профессор,
зав. кафедрой Электрооборудование и электротехнологии.

Айларов А.А., Себетова Р.И. Теоретические основы электротехники / Учебно-методическое пособие по практическим занятиям / А.А. Айларов, Р.И. Себетова. – Владикавказ: Издательство ФГБОУ ВО «Горский госагроуниверситет», 2021, – 28с.

Рассматриваются вопросы расчета электрических цепей, имеются разделы:

1. Переходные процессы в линейных электрических цепях.
2. Расчет трехфазных цепей при помощи комплексных чисел.

Обозначенные в пособии методические установки позволяют систематизировать знания по дисциплине «Теоретические основы электротехники». Каждая тема снабжена конкретными заданиями для самостоятельной работы, даны методические указания и рекомендованы методы расчета. Учебно-методическое пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 35.03.06 «Агроинженерия», их можно рекомендовать и специалистам, самостоятельно изучающим дисциплину «Теоретические основы электротехники». Данное издание подготовлено по дисциплине «Теоретические основы электротехники» в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования.

Рекомендовано Центральным учебно-методическим советом ФГБОУ ВО Горский ГАУ в качестве учебно-методического пособия для практических занятий от 29 апреля 2021г. протокол № 8.

© А.А. Айларов, Р.И. Себетова, 2021

© Издательство ФГБОУ ВО «Горский госагроуниверситет», 2021

ВВЕДЕНИЕ

При анализе состояния электрических цепей переменного тока возникает необходимость вычисления суммы или разности колебаний одинаковых частот, но с разными амплитудами и разными начальными фазами. Решать такую задачу с помощью рассмотренной формы представления (т.е. с помощью тригонометрических функций) достаточно трудно.

Значительное упрощение достигается применением графического метода. Векторное представление синусоидальных величин известно из тригонометрии Графический метод обладает существенным недостатком - низкой точностью. Поэтому, его применяют чаще всего для качественного анализа электрических цепей с помощью топографических векторных диаграмм напряжений. Комплексное представление синусоидальных токов и напряжений позволяет совместить простоту и наглядность векторного представления с точностью представления действительными функциями времени.

Показательная комплексная форма удобна для выполнения действий умножения, деления, возведения в степень или извлечения корня.

Настоящее методическое пособие составлено как руководство к написанию расчетного задания по дисциплине «Теоретические основы электротехники» на тему «Переходные процессы в электрических цепях» студентами очной и заочной форм обучения, обучающимися по направлению подготовки 35.03.06 «Агроинженерия» (профиль «Электрооборудование и электротехнологии в АПК»). В рекомендации предложены для решения студентам два задания по основным разделам дисциплины «Теоретические основы электротехники»:

1) переменный (синусоидальный) ток;
2) трехфазный ток.

1. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Под *переходными процессами* понимают процессы перехода от одного режима работы электрической цепи к другому, чем-либо отличающегося от предыдущего, например величиной амплитуды, фазы, формой или частотой действующей в схеме ЭДС, значениями параметров схемы, а также вследствии изменения конфигурации цепи. Переходные процессы вызываются коммутацией в цепи.

При установившихся режимах токи и напряжения в цепи теоретически могут существовать неограниченно долго, не изменяя своего характера, и при заданных конфигурациях цепи и ее параметрах определяются только видом действующих в цепи ЭДС, или, соответственно, видом заданных токов источников токов. Если в цепи действуют постоянные во времени ЭДС, то в установившемся режиме токи и напряжения во всех участках цепи должны быть также постоянными во времени. Когда ЭДС источников изменяются во времени по закону синуса с одной и той же частотой, то и токи, и напряжения в цепи в установившемся режиме должны быть синусоидальными функциями времени той же частоты.

Отыскание токов и напряжений в установившемся режиме сводится к нахождению частных решений дифференциальных уравнений в цепи. Для отыскания токов и напряжений в переходном процессе необходимо найти полные решения дифференциальных уравнений цепи.

Определение токов и напряжений в установившемся режиме сводится к нахождению частных решений дифференциальных уравнений в цепи. Для определения токов и напряжений в переходном процессе необходимо найти полные решения дифференциальных уравнений цепи.

Для расчета переходных процессов будем пользоваться двумя методами: классическим и операторным.

Целью этого раздела является *изучение работы цепи при всяком внезапном изменении ее состояния*. Несмотря на то, что этот процесс происходит в течение очень короткого времени, на некоторых участках цепи возможно появление непомерно больших напряжений и токов, что может привести к выходу из строя оборудования, к авариям и травмам.

Расчет переходного процесса значения в решении дифференциального уравнения свободная составляющая представляет собой общее решение однородного дифференциального уравнения, а принужденная – частное решение. Поэтому физически свободная составляющая не зависит от внешнего источника, а определяется только параметрами и конфигурацией цепи.

При расчете переходного процесса в цепи RLC следует иметь в виду, что он зависит от параметра корней характеристической уравнения.

Если эти корни действительные и разные, то свободную составляющую цепи в виде:

$$i_{св} = A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t}.$$

В случае комплексно-сопряженных корней выражение для $i_{св}$ должно иметь вид:

$$i_{св} = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_0 t + d).$$

Произвольные постоянные (A_1 и A_2 в первом и A и d во втором случаях) определяются из начальных условий заданных законами коммутации.

Преимуществом классического метода является его наглядность. При расчете цепи ясно виден характер изменения всех токов и напряжений. Недостаток же его – необходимость решения как системы дифференциальных уравнений для определения всех токов и напряжений для определения постоянных интегрирования.

Этого недостатка лишен операторный метод, основанный на замене функции времени (оригинала) функцией некого комплексного переменного P с помощью преобразования Лапласа:

$$F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt.$$

Серьёзным преимуществом операторного метода является то, что он позволяет рассчитывать цепь, находящуюся в переходном режиме, как цепь переменного тока, работающего в установившемся режиме.

Оригинал	I(t)	U_a=i(t)*R	$U_L = L\frac{di}{dt}$	$U_c = \frac{1}{c}\int_0^t i_c dt$	E
Изображение	I(p)	I(p)*R	$L_p I_{(p)} - Li_a$	$\frac{I_c(p)}{c_p} + \frac{U_{c(0)}}{P}$	$\frac{E}{P}$

1.1. Пример расчета переходных процессов

Прежде всего, следует уяснить новые понятия: свободный режим (режим без внешнего источника), принужденный или вынужденный (установившейся при наличии внешнего источника), и переходный (действительный режим).

Расчет электрических цепей в переходном режиме может выполняться одним из трех методов: классическим, операторным, или с помощью интеграла Дюамеля. Эти методы предусматривают выполнение следующих четырех операций:

1. Выбор положительных направлений напряжений и токов в функции в цепи.
2. Определение их докоммутационных значений.
3. Составление характеристического уравнения и определение его корней.
4. Получение выражений для напряжений и токов в функции времени.

Первые две операции специальных пояснений не требуют. Характеристическое уравнение при использовании классического метода может быть составлено *путем алгебраизации дифференциальных уравнений для свободных токов или напряжений*. Достоинством упомянутого метода является его универсальность: он пригоден для любой, сколь угодно сложной цепи; недостатком же его является сложность и громоздкость. *Во многих случаях – для последовательно-параллельных цепей с одним источником - характеристическое уравнение можно составить значительно более простым путем, используя выражение для входного сопротивления цепи переходному току.*

Расчет переходного процесса значения в решении дифференциального уравнения свободная составляющая представляет собой

общее решение однородного дифференциального уравнения, а принужденная - частное решение. Поэтому физически свободная составляющая не зависит от внешнего источника, а определяется только параметрами и конфигурацией цепи.

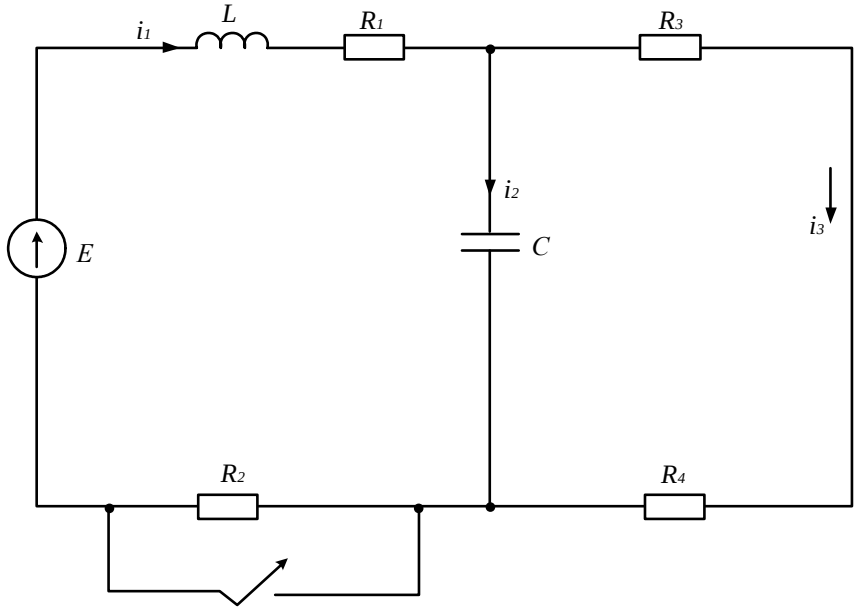

Рис. 1. Схема классического метода расчета.

При расчете переходного процесса в цепи R. L, C следует иметь в виду, что он зависит от параметра корней характеристического уравнения. Если эти корни действительные и разные, то свободную составляющую цепи в виде:

А) Классический метод

$$\begin{cases} L\frac{di_1}{dt} + i_1R_1 + \frac{1}{C}\int_0^t i_2 dt + U_{c(0)} = E \\ L\frac{di_1}{dt} + i_1R_1 + i_3(R_3 + R_4) = E \\ i_1 - i_2 - i_3 = 0 \end{cases}$$

Составляем те же уравнения для свободных составляющих токов

$$\begin{cases} L\dfrac{di_{1св}}{dt} + i_{1св}R_1 + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t i_{2св}dt + U_{c(0)} = E \\ L\dfrac{di_{1св}}{dt} + i_{1св}R_1 + i_{3св}(R_3 + R_4) = E \\ i_{1св} - i_{2св} - i_{3св} = 0 \end{cases}$$

После алгебраизации получим

$$\begin{cases} L_p i_{1св} + i_{1св}R_1 + \dfrac{1}{c_p} i_{2св} = 0 \\ L_p i_{1св} + i_{1св}R_1 + i_{3св}(R_3 + R_4) = 0 \\ i_{1св} - i_{2св} - i_{3св} = 0 \end{cases}$$

Из первого уравнения

$$i_{2св} = \frac{-L_p i_{1св} - i_{1св}R_1}{\dfrac{1}{c_p}} = -Lp^2 c i_{1св} - cpR_1 i_{1св}$$

Из второго уравнения

$$i_{3св} = \frac{-L_p i_{1св} - i_{1св}R_1}{R_3 + R_4}$$

Подставляем в третье уравнение

$$i_{1св} + Lp^2 c i_{1св} + cpR_1 i_{1св} + \frac{L_p i_{1св} - i_{1св}R_1}{R_3 + R_4} = 0$$

$$i_{1св} \cdot \left(1 + Lp^2 c + cpR_1 + \frac{L_p + R_1}{R_3 + R_4}\right) = 0$$

$$i_{1св}\left[\frac{R_3 + R_4 + Lp^2 c(R_3 + R_4) + cpR_1(R_3 + R_4) + L_p + R_1}{R_3 + R_4}\right] = 0$$

Характеристическое уравнение

$$p^2 Lc(R_3R_4) + p[cR_1(R_3 + R_4) + L] + R_1 + R_3 + R_4 = 0$$

Подставляем значения

$$p^2 10^{-3} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 + p(1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 5 + 1{,}5 \cdot 10^{-3}) + 7 = 0$$

$$p^2 7{,}5 \cdot 10^{-6} + p16 \cdot 10^{-3} + 7 = 0$$

Разделим на коэффициент при p^2

$$p^2 + p2133 + 933333 = 0$$

Корни уравнения

$$p_{1,2} = -1066{,}5 \pm \sqrt{(1066{,}5)^2 - 933333} = -1066{,}5 \pm 452$$

$$p_1 = -614{,}5\frac{1}{c}$$

$$p_2 = -1518{,}5\frac{1}{c}$$

Корни характеристического уравнения действительные и разные, поэтому ток i_1 будет искать в виде:

$$i_1 = i_{1.пр} + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}$$

Искомые напряжения на индуктивности

$$U_L = L\frac{di_1}{dt} = Lp_1 A_1 \cdot e^{p_1 t} + Lp_2 A_2 \cdot e^{p_2 t}$$

Постоянные интегрирования A_1 и A_2 определяем из начальных условий, заданных первым и вторым законами коммутации.

Согласно первого закона коммутации

$$i_{1(0-)} = i_{1(0+)} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{50}{2 + 13 + 3 + 2} = 2{,}5A$$

т.е. $i_{1(0)} = 2{,}5A$

Принудительный ток $i_{1пр}$ после коммутации

$$i_{1.пр} = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{50}{2 + 3 + 2} = 7{,}14A$$

Запишем выражение для тока i_1 в момент t=0

$$i_{1(0)} = i_{1.пр} + A_1 + A_2$$

$$2{,}5 = 7{,}14 + A_1 + A_2$$

Кроме того

$$\frac{di_1}{dt} = p_1 A_1 \cdot e^{p_1 t} + p_2 A_2 \cdot e^{p_2 t}$$

Запишем выражение i_1 в момент t=0

$$\left.\frac{di_1}{dt}\right|_0 = p_1 A_1 + p_2 A_2$$

Определяем $\left.\frac{di_1}{dt}\right|_0$, для этого уравнения

$$L\frac{di_1}{dt} + i_1 R_1 + \frac{1}{c}\int_0^t i_1 dt + U_{c(0)} = E$$

Запишем для момента t=0

$$L\left.\frac{di_1}{dt}\right|_0 + i_{1(0)} R_1 + U_{c(0)} = E$$

$$U_{c(0)} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \cdot (R_3 + R_4) = 2{,}5 \cdot 5 = 12{,}5 \text{ В}$$

Тогда

$$L\left.\frac{di_1}{dt}\right|_0 = \frac{E - U_{c(0)} - i_{1(0)} R_1}{L} = \frac{50 - 12{,}5 - 2{,}5 \cdot 2}{10^{-3}} = 32{,}5 \cdot 10^3 \, A/c$$

Окончательно получаем

$$\begin{cases} 2{,}5 = 7{,}14 + A_1 + A_2 \\ 32{,}5 \cdot 10^3 = -614{,}5 A_1 - 1518{,}5 A_2 \end{cases}$$

Откуда

$$A_1 = 28{,}15$$

$$A_2 = -32{,}79$$

$$i_1 = 7{,}14 + 28{,}15 \cdot e^{-614{,}5t} - 32{,}79 e^{-1518{,}5t}$$

$$U_L = 10^{-3} \cdot (-614{,}5) \cdot 28{,}15 e^{-614{,}5t} - 32{,}79 \cdot 10^{-3} \cdot (-1518{,}5) \cdot e^{-1518{,}5t}$$

$$U_L = -17{,}3 e^{-614{,}5t} + 49{,}8 e^{-1518{,}5t}$$

Б) Операторный метод.

Составляем уравнения для изображений токов

$$\begin{cases} I_{1(p)} Lp - i_{1(0)} L + I_{1(p)} R_1 + \frac{I_{2(p)}}{cp} + \frac{U_{c(0)}}{p} = \frac{E}{p} \\ I_{1(p)} Lp - i_{1(0)} L + I_{1(p)} R_1 + I_{3(p)} (R_3 + R_4) = \frac{E}{p} \\ I_{1(p)} + I_{2(p)} + I_{3(p)} = 0 \end{cases}$$

Из первого уравнения

$$I_{2(p)} = \frac{\frac{E}{p} - \frac{U_{c(0)}}{p} - I_{1(p)} Lp + i_{1(0)} L - I_{1(p)} R_1}{\frac{1}{cp}} =$$

$$= cE - U_{c(0)} - I_{1(p)} Lp^2 c + i_{1(0)} Lcp - I_{1(p)} R_1 cp$$

Из второго уравнения

$$I_{3(p)} = \frac{\frac{E}{p} - I_{1(p)} Lp + i_{1(0)} L - I_{1(p)} R_1}{R_3 + R_4} =$$

$$= \frac{E - p^2 I_{1(p)} L + i_{1(0)} Lp - I_{1(p)} R_1 p}{pR_3 + pR_4} = \frac{E - p^2 I_{1(p)} L + i_{1(0)} Lp - I_{1(p)} R_1 p}{pR}$$

где R =R_3 + R_4.

Подставим в третье уравнение

$$I_{1(p)} - cE + U_{c(0)} \cdot c + I_{1(p)} \cdot Lp^2 c - i_{1(0)} Lcp + I_{1(p)} R_1 cp -$$

$$- \frac{E + p^2 I_{1(p)} L - i_{1(0)} Lp + I_{1(p)} R_1 p}{R \cdot op} = 0;$$

$$I_{1(p)} + I_{1(p)} Lp^2 c + I_{1(p)} R_1 cp + \frac{I_{1(p)} p^2 L + I_{1(p)} R_1 p}{Rp} =$$

$$= cE - U_{c(0)} \cdot c + i_{1(0)} Lp + \frac{E + i_{1(0)} \cdot Lp}{R \cdot p};$$

$$I_{1(p)} = \frac{cE - U_{c(0)} \cdot c + i_{1(0)}Lpc + \dfrac{E + i_{1(0)} \cdot Lp}{Rp}}{1 + Lp^2c + R_1cp + \dfrac{Lp^2 + R_1 \cdot p}{Rp}} =$$

$$= \frac{cEpR - cpU_{c(0)} \cdot R + I_{1(0)}Lp^2c \cdot R + E + I_{1(0)} \cdot Lp}{P^3(LcR) + p^2(R_1 \cdot cR + L) + p(R_1 + R)} = \frac{N(p)}{M(p)};$$

Характеристическое уравнение

$P^3(LcR) + p^2(R_1 \cdot cR + L) + p(R_1 + R) = 0$

Подставим значения

$P^3 \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-6} + p^2 16 \cdot 10^{-3} + p \cdot 7 = 0$

Производная знаменателя

$M'(p) = 22{,}5 \cdot 10^{-6}p^2 + 32 \cdot 10^{-3} \cdot p + 7$

Корни характеристического уравнения

$$p_1 = 0; \quad p_2 = -614{,}5\frac{1}{c}; \quad p_3 = -1518{,}5\frac{1}{c};$$

Тогда

$N'(p_1) = E = 50$

$M'(p_1) = 7$

$$N'(p_2) = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot (-614{,}5) \cdot 5 - 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (-614{,}5) \cdot 12{,}5 \cdot 5 + (-614{,}5)^2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 + 50 + 2{,}5 \cdot 10^{-3}(-614{,}5) = -117{,}24$$

$$M'(p_2) = 22{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot (-614{,}5)^2 + 32 \cdot 10^{-3} \cdot (-614{,}5) + 7 = -4{,}2$$

$N(p_3) = -337{,}32$

$M'(p_3) = 10{,}3$

Применяем формулу разложения

$$I_{1(t)} = \frac{N'(p_1)}{M'(p_1)} \cdot e^{p_1 t} + \frac{N'(p_2)}{M'(p_2)} \cdot e^{p_2 t} + \frac{N(p_3)}{M'(p_3)} =$$

$$= \frac{50}{7} + \frac{-117{,}24}{-4{,}2} \cdot e^{-614{,}5t} + \frac{-337{,}32}{10{,}3} \cdot e^{-1518{,}5t} =$$

$$= 7{,}14 + 28{,}1e^{-614{,}5t} - 32{,}75e^{-1518{,}5t}$$

Напряжение на индуктивности

$$U_L = L\frac{di_1}{dt} = Lp_1 \cdot 28{,}1e^{-614{,}5t} - Lp_2 32{,}75e^{-1518{,}5t} =$$
$$= -17{,}32e^{-614{,}5t} + 49{,}87e^{-1518{,}5t}$$

Что полностью совпадает с результатом, полученным классическим методом.

В) Построение кривой напряжения $U_2(t)$.

Таблица 1. Зависимость напряжения от времени

t; c	0	$\frac{0{,}1}{614{,}5}$	$\frac{0{,}5}{614{,}5}$	$\frac{1}{614{,}5}$	$\frac{2}{614{,}5}$
U_L; В	32,55	23,8	6,7	2,2	0,37

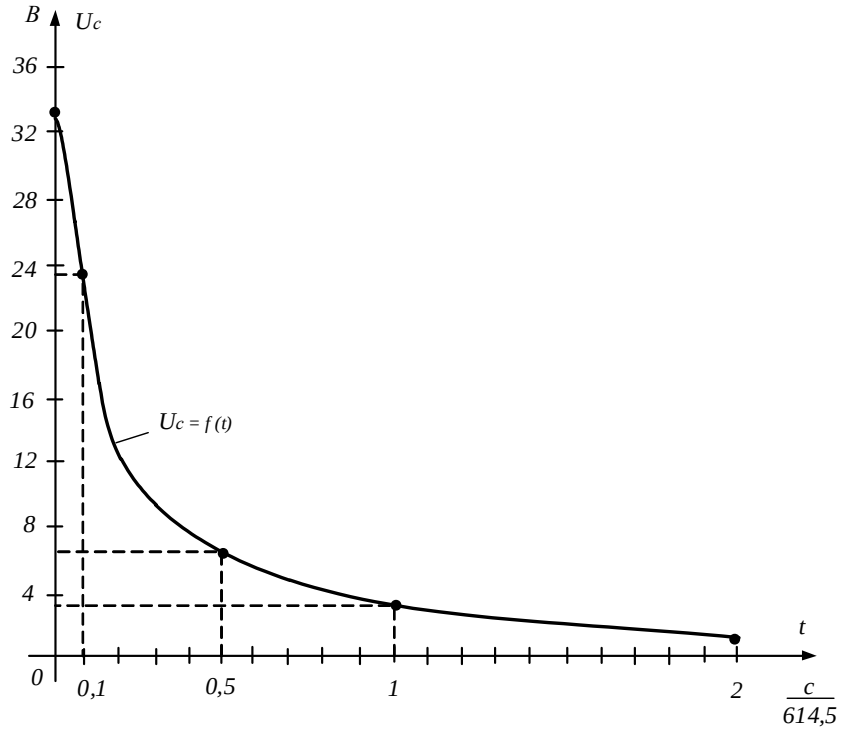

Рис. 2. Кривая зависимости напряжения от времени.

1.2. Пример расчета переходных процессов

(Случай комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения).

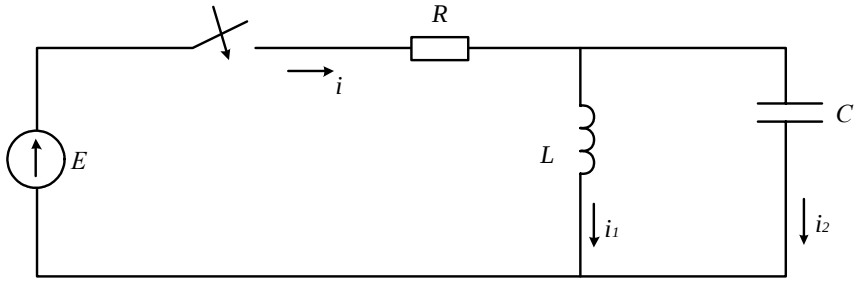

Рис. 3. Схема расчета комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения.

Исходные данные:
E = 100 В;
R = 100 Ом;
L = 40 мГн;
C = 5 мкФ.
а) Классический метод.
Составляем характеристическое уравнение системы через комплексное сопротивление цепи:

$$Z = R + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega c}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega c}};$$

Заменяя jω на p, запишем операторное сопротивление цепи:

$$Z(p) = R + \frac{pL \cdot \frac{1}{pc}}{pL + \frac{1}{pc}} = R + \frac{pL}{p^2Lc + 1} = \frac{p^2RLc + pL + R}{p^2Lc + 1};$$

Характеристическое уравнение получим, приравняв Z(p)=0, т.е.

$$p^2RLc + pL + R = 0$$

Подставляем числовые значения

$$p^2 \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} + p \cdot 4 \cdot 10^{-2} + 100 = 0$$

$$p^2 \cdot 2 \cdot 10^{-5} + p \cdot 4 \cdot 10^{-2} + 100 = 0$$

Разделив на коэффициент при p^2, найдем:

$$p^2 + 2 \cdot 10^{-3}p + 5 \cdot 10^6 = 0.$$

Откуда:

$$p_{1;2} = 10^3 \pm \sqrt{10^6 - 5 \cdot 10^6} = -1000 \pm j2000 = 2240e^{\pm j116^0}\frac{1}{c}.$$

Корни комплексно-сопряженные, поэтому свободную составляющую тока i_1 ищем в виде:

$$i_{1.св} = Ae^{-1000t} \cdot \sin(2000t + \alpha):$$

Принужденная составляющая этого тока равна

$$i_{1.пр} = \frac{U}{R} = 1 \text{ А}.$$

Тогда выражение для тока i_1, запишется в виде:

$$i_1 = [Ae^{-1000t}\sin(2000t + \alpha) + 1]A.$$

Для определения A и α воспользуемся начальными условиями, которые задаются первым и вторым законами коммутации.

Первый закон относится к току в катушке i_1, второй к напряжению на конденсаторе U_c. Поэтому нужно составить уравнения для I_1 и U_c так, чтобы они оба содержали неизвестные A и α.

$$U_L = U_c = L\frac{di_1}{dt} = 4 \cdot 10^{-2}A[-1000e^{-1000t}\sin(2000t + \alpha) + e^{-1000t} \cdot 2000\cos(2000t + \alpha)] =$$
$$-40Ae^{-1000t}\sin(2000t + \alpha) + 80Ae^{-1000t}\cos(2000t + \alpha)\ B.$$

$$i_2 = c\frac{dU_c}{dt} = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (-40A)[-1000e^{-1000t}\sin(2000t + \alpha) + 2000e^{-1000t} \cdot \cos(2000t + \alpha)] + 5 \cdot 10^{-6} \cdot 80A[-1000e^{-1000t} \cdot \cos(2000t + \alpha) - e^{-1000t} \cdot 2000\sin(2000t + \alpha)] =$$
$$0{,}2A \cdot e^{-1000t}\sin(2000t + \alpha) - 0{,}4A \cdot e^{-1000t}\cos(2000t + \alpha) - 0{,}4A \cdot e^{-1000t}\cos(2000t + \alpha) - 0{,}8A \cdot e^{-1000t}\sin(2000t + \alpha) = -0{,}6A \cdot e^{-1000t}\sin(2000t + \alpha) - 0{,}8A \cdot e^{-1000t}\cos(2000t + \alpha);$$

$$i = i_1 + i_2 = 0{,}4Ae^{-1000t}\sin(2000t + \alpha) - 0{,}8Ae^{-1000t}\cos(2000t + \alpha) + 1$$

Из первого и второго законов коммутации будет иметь:

$$\begin{cases} i_{1(0)} = 0 = A\sin\alpha + 1 \\ U_{c(0)} = 0 = -40A\sin\alpha + 80A\cos\alpha \end{cases}$$

Из первого уравнения имеем:

$A\sin\alpha = -1$, из второго

$40A\sin\alpha = 80A\cos\alpha$

Совместное решение этих уравнений даст:

$A = -1{,}12;\ \ \alpha = 63^o$

Тогда

$i = -0{,}448\cdot e^{-1000t}\sin(2000t + 63^o) + 0{,}896e^{-1000t}\cos(2000t + +63^o) + 1\ A.$

Придаем этой формуле более правильный вид, для чего умножим и разделим первое и второе слагаемые правой части на одну и ту же величину:

на $\sqrt{0{,}448^2 + 0{,}896^2} = 1$

и обозначим:

$$\frac{0{,}448}{\sqrt{0{,}448^2 + 0{,}896^2}} = \cos\Psi;$$

$$\frac{0{,}448}{\sqrt{0{,}448^2 + 0{,}896^2}} = \sin\Psi;$$

Это можно сделать, так как $\sin^2\psi + \cos^2\psi = 1$.

Отсюда

$\Psi = arc\cos 0{,}448 = arc\sin 0{,}896 = 63^o.$

Подставим эти значения в последующее равенство, запишем его как

$i = [-\sin(2000t + 63^o)\cos 63^o + \cos(2000t + 63^o)\sin 63^o]\cdot e^{-1000t} + 1\ A.$

Преобразовав выражение в квадратной скобке по правилам тригонометрии, получим окончательно:

$i = 1 - e^{-1000t}\sin 2000t\ A.$

б) Операторный метод

$$I_{(p)} = \frac{E_{(p)}}{Z_{(p)}} = \frac{E(p^2\cdot Lc + 1)}{P\cdot(p^2\cdot RcL + pL + R)} =$$

$$= \frac{100(p^2\cdot 4\cdot 10^{-2}\cdot 5\cdot 10^{-6} + 1)}{p\cdot(p^2\cdot 10^2\cdot 4\cdot 10^{-2}\cdot 5\cdot 10^{-6} + p\cdot 4\cdot 10^{-2} + 100)} =$$

$$= \frac{100\cdot(p^2\cdot 2\cdot 10^{-7} + 1)}{p(2\cdot 10^{-5}\cdot p^2 + 4\cdot 10^{-2}p + 100)} = \frac{100\cdot 2\cdot 10^{-7}(p^2 + 5\cdot 10^6)}{p\cdot 2\cdot 10^{-5}(p^2 + 2\cdot 10^3 p + 5\cdot 10^6)} =$$

$$= \frac{p^2 + 5\cdot 10^6}{p\cdot(p^2 + 2\cdot 10^3 p + 5\cdot 10^6)} = \frac{N_{(p)}}{M_{(p)}};$$

Корни характеристического уравнения

$$p_1 = 0;\quad p_2 = -1000 + j2000 = 2240e^{j116^o}\frac{1}{c};$$

$$P_3 = -1000 - j2000 = 2240e^{j116^o}\frac{1}{c};$$

Производная знаменателя

$M'(p) = 3p^2 + 4\cdot 10^3 p + 5\cdot 10^6;$

$N(p_1) = 5\cdot 10^6;\quad M'(p_1) = 5\cdot 10^6;$

$$N(p_2) = \left(2{,}24\cdot 10^3\cdot e^{j116}\right)^2 + 5\cdot 10^6 = 5\cdot 10^6\cdot e^{j233^o} + 5\cdot 10^6 =$$
$$= (-3 - j4 + 5)\cdot 10^6 = \left(2 - j4\cdot 10^6 = 4{,}48\cdot 10^6 e^{-j63^o};\right)$$

$$M'(p_2) = 3\cdot 5\cdot 10^6\cdot e^{j233^o} + 4\cdot 10^3\cdot 2{,}24\cdot 10^3 e^{j116^o} + 5\cdot$$
$$\cdot 10^6(-9 - j12 - 4 + j8 + 5)\cdot 10^6 = (-8 - j4)\cdot 10^6 =$$
$$= -8{,}86\cdot 10^6\cdot e^{j26^o}$$

Так как P_2 и P_3 – сопряженные комплексы, то $N(p_2)$ и $N(p_3)$, а также $M'(p_2)$ и $M'(p_3)$, тоже будут сопряженными поэтому

$$N(p_3) = 4{,}48\cdot 10^6 e^{-j63^o};\qquad M'(p_3) = -8{,}86\cdot 10^6\cdot e^{j26^o}$$

Ток i определяем по формуле разложения:

$$i = \sum\frac{N(p_к)}{M'(p_к)}e^{p_к t} =$$

$$\frac{5\cdot 10^6}{5\cdot 10^6} + \frac{4{,}48\cdot 10^6 e^{-j63^o}}{-8{,}86\cdot 10^6\cdot e^{j26^o}}e^{-1000t + j2000t} + \frac{4{,}48\cdot 10^6 e^{j63^o}}{-8{,}86\cdot 10^6\cdot e^{-j26^o}}e^{-1000t - j2000t} = 1 -$$

$$0{,}5e^{-j90^o}\cdot e^{-1000t}\cdot e^{j2000t} - 0{,}5e^{j90^o}\cdot e^{-1000t}\cdot e^{-j2000t} = 1 - 0{,}5e^{-1000t}\cdot$$

$$\left[e^{j(2000t - 90^o)} + e^{-j(2000t - 90^o)}\right]A$$

По формуле Эйлера имеем: $e^{j2} + e^{-j2} = 2\cos\alpha$. Принимая в ней $\alpha = 2000t - 90^o$, будем иметь:

$$i = 1 - e^{-1000t}\cos(2000t - 90^o), A$$

Но так как $\cos\alpha = (\sin 90^o + \alpha)$, это выражение можно переписать в виде:

$$i = 1 - e^{-1000t}\sin 2000\text{t}, \text{A}$$

Что полностью совпадает с результатом, полученным при решении задачи классическим методом.

в) Построение кривой тока i(t).

Таблица 2. Зависимость напряжения от времени

t; c	0	$\frac{0,5}{1000}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1,5}{1000}$	$\frac{2,25}{1000}$	$\frac{3}{1000}$	$\frac{3,75}{1000}$	$\frac{5}{1000}$
i (t); A	0	0,805	1,27	0,97	0,81	0,983	1,083	≈ 1

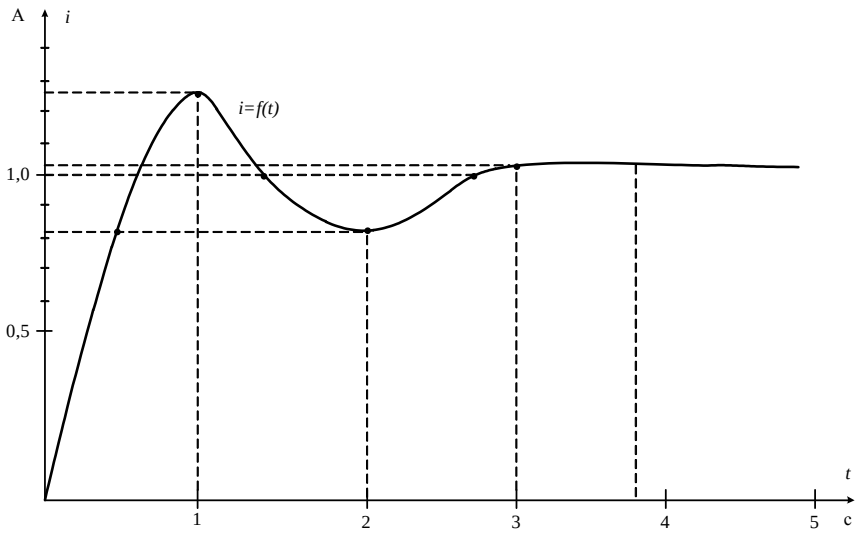

Рис. 4. Кривая зависимости тока от времени.

2. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ПОМОЩИ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Основной целью изучения данного раздела является детальное знакомство с особенностями трехфазных цепей, которые получили подавляющее распространение. Это объясняется следующими существенными их преимуществами перед однофазными:

1. Возможностью получения двух различных рабочих напряжений: линейного и фазного.

2. Возможностью создания кругового вращающегося магнитного поля, которое лежит в основе работы трехфазных электродвигателей, являющихся наиболее простыми, надежными и дешевыми двигателями.

3. Экономией проводникового материала при передаче электроэнергии.

В трехфазных цепях различают линейные и фазные напряжения и токи. Необходимо хорошо запомнить соотношения между ними, которые могут быть проиллюстрированы на векторной диаграмме.

Значительно сложнее обстоит дело с несимметричными трехфазными цепями. Расчет таких цепей ведется для каждой фазы в отдельности. Предварительно определяются комплексы всех напряжений и сопротивлений (или проводимостей) фаз.

Метод расчета существенно зависит от схемы соединения цепей. При соединении источника и приемника треугольником и при отсутствии сопротивлений в проводах фазные токи приемника подсчитываются непосредственно по закону Ома.

Совершенно иначе производится расчет трехфазных цепей, в которых несимметричный приемник с известными сопротивлениями подключен звездой к источнику с заданными фазными (или линейными) напряжениями. В этом, случае приходится предварительно определять фазные напряжения потребителя. В общем случае четырехпроводной цепи, когда в нейтральный провод включено сопротивление, соизмеримое с сопротивлениями фазных проводов, предварительно определяется напряжение между нейтралями источника и приемника – смещение нейтрали – и только после этого оказывается возможным вычислить фазные напряжения приемника.

При отсутствии сопротивления в нейтральном проводе фазные напряжения источника и приемника оказываются одинаковыми, и удается сразу определить токи в проводах.

Для того, чтобы облегчить выполнение работы рассмотрим как определяются токи в цепи, в начале которой включен электродвигатель, а в конце – соединенная треугольником осветительная нагрузка (лампы накаливания). Расчет проведем для нормальной работы цепи и при обрыве одной из фаз нагрузки. Для последнего случая разложим токи в линии на симметричные составляющие.

Известны следующие данные: напряжение сети 220/127 В, напряжение электродвигателя U = 380/220 В, его мощность P_2 = 2,8 кВт; cosφ = 0,8, КПД η = 0,75.

Сопротивление каждого из линейных проводов $Z_л$ = 5 + j10 Ом; сопротивления фаз осветительной нагрузки одинаковы и равны R = 30 Ом.

1. Выбираем схему соединения электродвигателя. Исходя из соотношения между напряжением сети и двигателя, соединяем его обмотки треугольником. Схема цепи приведена на рисунке.

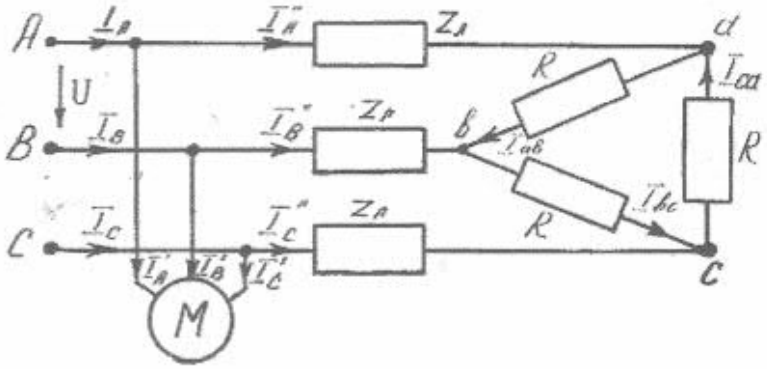

Рис. 5. Расчетная схема трехфазной цепи.

Преобразуем симметричный треугольник с сопротивлениями *R* в ñèì ì åòðè÷í óþ ýêâèâàëåíò òí óþ çâåçäó ñ ñîï ðî òèâëåíèÿì è *R′*

$$R' = \frac{R}{3} = 10 \text{ Ом};$$

Этот эквивалентный потребитель (вместе с сопротивлением линии) окажется включенным параллельно электродвигателю. Поэтому можно изобразить эквивалентную схему для одной фазы.

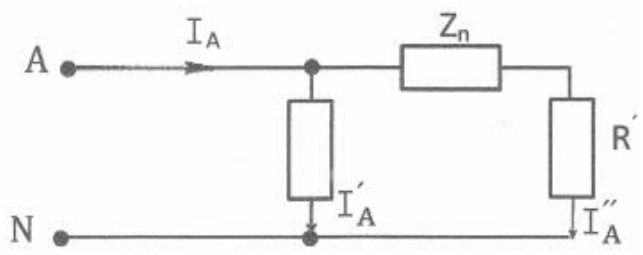

Рис. 6. Эквивалентная схема фазы расчетной цепи.

Определим токи в ней.

а) Ток двигателя:

$$I_A = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi\eta} = \frac{2800}{\sqrt{3}\cdot 220\cdot 0{,}8\cdot 0{,}75} = 12{,}25\ A.$$

Этот ток будет отставать по фазе от фазного напряжения U_A = 127 В на угол α = arccos 0,8=37°. Поэтому в комплексной форме этот ток и токи других фаз запишутся следующим образом:

$$\dot{I}_A = 12{,}25e^{-j37^0} = 9{,}8 - j7{,}39A;$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^0} = 12{,}25e^{-j157^0} = -11{,}3 - j4{,}78\ A;$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A e^{+j120^0} = 12{,}25e^{+j83^0} = 1{,}5 + j12{,}17\ A.$$

б) Линейные токи ламп:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_л + R' = 15 + j10 = 18e^{j33^0 40'} \text{ Ом};$$

$$\dot{I}''_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}} = \frac{127}{18e^{j33^0 40'}} = 7{,}06e^{-j33^0 40'} = 5{,}86 - j3{,}97 \text{ Ом};$$

$$\dot{I}''_B = \dot{I}''_A e^{-j120^0} = 7{,}06e^{-j153^0 40'} = -6{,}3 - j3{,}09\ A.$$

$$\dot{I}''_C = \dot{I}''_A e^{+j120^0} = 7{,}06e^{j86^0 20'} = 0{,}44 + j7{,}06\ A.$$

в) Токи в линейных проводах:

$$\dot{I}_A = \dot{I}'_A + \dot{I}''_A = 15{,}66 - j11{,}36 = 19{,}3e^{-j36^0} A.$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}'_B + \dot{B} = -17{,}6 - j7{,}86 = 19{,}3e^{-j176^0} A.$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}'_C + \dot{I}''_C = 2{,}94 + j19{,}23 = 19{,}3e^{j84^0}\,A.$$

г) Фазные токи треугольника:

$$\dot{I}_{ав} = \frac{\dot{I}'_A}{\sqrt{3}}\,e^{-j30^0} = 4{,}07e^{-j3^0 40'} = 4{,}07 - j0{,}267\ A,$$

$$\dot{I}_{вс} = \dot{I}_{ав}e^{-j120^0} = 4{,}07e^{-j123^0 40'} = -2{,}27 - 3{,}39\ A.$$

$$\dot{I}_{са} = \dot{I}_{ав}e^{+j120^0} = 4{,}07e^{+j116^0 40'} = -1{,}8 + j3{,}657\ A.$$

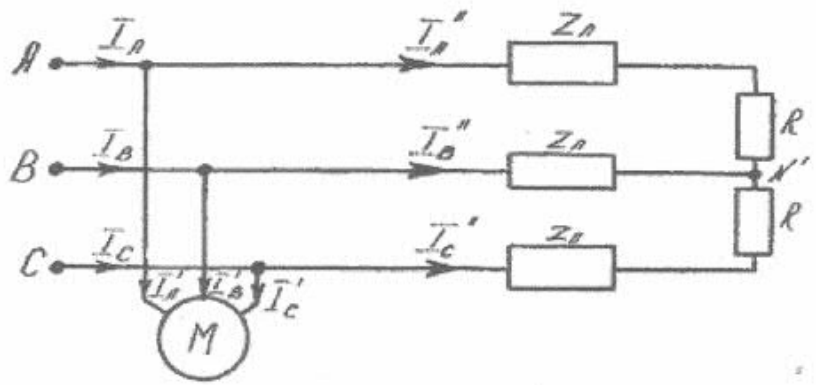

Рис. 7. Линейные напряжения сети.

1. Токи двигателя I'_A, I'_B, Γ_c остались без изменения, так как не изменились напряжение и параметры двигателя.

2. Для определения токов нагрузки найдем сначала напряжения на ее зажимах. Для этого предварительно выразим в комплексной форме линейные напряжения сети и проводимости фаз. Так как при расчете симметричной цепи мы уже приняли, что фазное напряжение U_A направлено по действительной оси, то линейное напряжение U_{AB}, опережающее его на 30°, запишется следующим образом:

$$\dot{U}_{AB} = 220e^{j30^\circ} = 190 + j110\ \text{В},$$

а два других напряжения — $\dot{U}_{BC}$ и $\dot{U}_{CA}$ будут равны:

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB}e^{j120^\circ} = 220e^{j90^\circ} = -220\ \text{В}.$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{AB}e^{j120^\circ} = 220e^{j150^\circ} = -190 + j110\ \text{В}.$$

Сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_C = \underline{Z}_Л + R = 35 = j10 = 36{,}5e^{j16^\circ}\ \text{Ом};$$

$$\underline{Z}_B = \underline{Z}_1 = 5 + j10 = 11{,}2e^{j63^\circ 30'}\ \text{Ом}.$$

Проводимости фаз:

$$\underline{Y}_A = \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{36{,}5e^{j16^\circ}} = 0{,}028e^{-j16^\circ} = 0{,}027 - J0{,}0077\ \text{См};$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{11{,}2e^{j63^0 30'}} = 0{,}089e^{-j63^\circ 30'} = 0{,}04 - j0{,}08\ \text{См}.$$

Фазные напряжения приемника:

$$\dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB}\underline{Y}_B - \dot{U}_{CA}\underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} =$$

$$= \frac{220e^{j30^\circ}\cdot 0{,}089e^{j63^\circ 30'} - 220e^{j150^\circ}\cdot 0{,}028e^{-j16^\circ}}{0{,}027 - j0{,}0077 + 0{,}04 - j0{,}08 + 0{,}027 - j0{,}077} =$$

$$= \frac{19{,}6e^{j33^\circ 30'} - 6{,}16e^{-j134^\circ}}{0{,}094 - j0{,}0954} =$$

$$= \frac{16{,}35 - j10{,}81 + 4{,}28 - j4{,}44}{0{,}094 - j0{,}0954} =$$

$$= \frac{20{,}63 - j15{,}25}{0{,}094 - j0{,}0954} =$$

$$= \frac{25{,}6e^{j36^\circ 30'}}{0{,}1339e^{-j45^\circ 20'}} = 191e^{j8^\circ 50'} = 189 + j29{,}4\ \text{В};$$

$$\dot{U}_{B'} = \dot{U}_{A'} - \dot{U}_{AB} = 189 + j29{,}4 - 190 - j110 = -1 - j80{,}6$$
$$\approx -j80{,}6e^{j90^\circ}\,B.$$

$$\dot{U}_{B'} = \dot{U}_{A'} + \dot{U}_{CA} = 189 + j29{,}4 - 190 + j110 = -1 + j139{,}4$$
$$\approx j139{,}4 = 139{,}4e^{j90^\circ}\,B.$$

$$\dot{I}_A'' = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{191e^{j8^\circ 50'}}{36{,}5e^{j16^\circ}} = 5{,}24e^{j7^\circ 10'} = 5{,}17 - j0{,}66\ A.$$

$$\dot{I}_B'' = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{80{,}6e^{-j90^\circ}}{11{,}2e^{j63^\circ 30'}} = 7{,}2e^{-j153^\circ 30'} = -6{,}44 - j3{,}22\ A.$$

$$\dot{I}_C'' = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{139{,}4e^{j90^\circ}}{36{,}5e^{j16^\circ}} = 3{,}92e^{j74^\circ} = 1{,}27 - j3{,}88\ A.$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_A' + \dot{I}_A'' = 14{,}97 - j8{,}05 = 17e^{-j28^\circ 15'} A.$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_B' + \dot{I}_B'' = -17{,}74 - j8 = 19{,}5e^{-j155^\circ 45'} A.$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_C' + \dot{I}_C'' = 2{,}77 - j16{,}05 = 16{,}2e^{j80^\circ 10'} A.$$

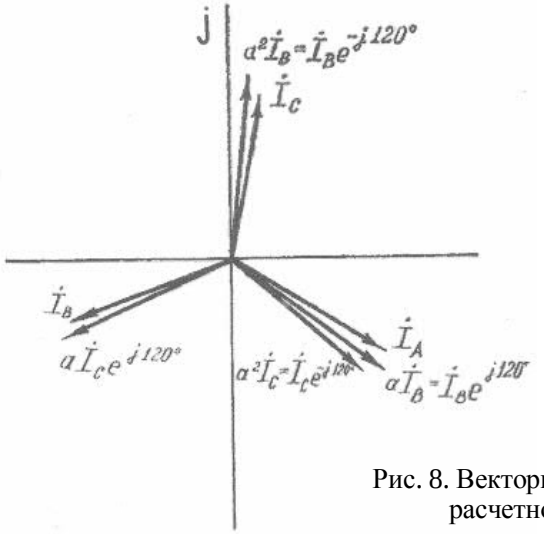

Рис. 8. Векторная диаграмма расчетной цепи.

3. Разлагаем полученную несимметричную систему токов на симметричные составляющие:

а) Аналитически:

$$\dot{I}_{AO} = \dot{I}_{BO} = \dot{I}_{CO} \frac{\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C}{3} =$$

$$= \frac{14{,}97 - j8{,}05 - 17{,}74 - j8 + 2{,}77 + j16{,}05}{3} = 0.$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A + a\dot{I}_B + a^2\dot{I}_C}{3} = 14{,}41 - j9{,}95 = 17{,}5e^{j34^\circ 40'} A$$

$$\dot{I}_{B1} = \dot{I}_{A1} e^{j120^\circ} = 17{,}5e^{-j154^\circ 40'} A.$$

$$\dot{I}_{C1} = \dot{I}_{A1} e^{j120^\circ} = 17{,}5e^{-j85^\circ 20'} A.$$

б) Графически:

На комплексной плоскости чертим векторы, также векторы представляющие собой соответствующие векторы, повернутые на 120° в сторону опережения (умножение на a) или отставания (умножение на a^2).

Складывая геометрически векторы и взяв 1/3 полученной суммы, найдем составляющие нулевой последовательности в данном случае равны нулю

$$I_{A2} = \frac{\dot{I}_A + a^2\dot{I}_B + a\ \dot{I}_C}{3} = 0.573 + j5.683 = 5.683\mathring{a}^{j84^0 15''} A$$

$$\dot{I}_{B2} = \dot{I}_{A2\mathring{a}^{j120^0}} = 5.683\mathring{a}^{j204^0 15'} A$$

$$\dot{I}_{C2} = \dot{I}_{A2\mathring{a}^{-j120^0}} = 5.683\mathring{a}^{-j85^0 20'} A$$

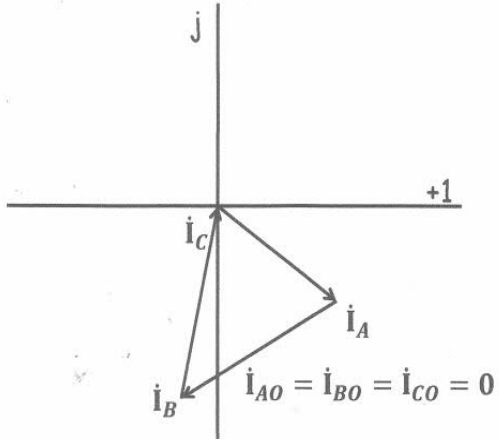

Рис. 9. Векторы токов нулевой последовательности.

Проделав те же операции над векторами $\dot{I}_A, a\dot{I}_B, a^2\dot{I}_C$, найдем составляющие прямой последовательности: $\dot{I}_{A1}, \dot{I}_{B1}, \dot{I}_{C1}$.

В результате аналогичный действий с векторами $\dot{I}_A, a^2\dot{I}_C, a\dot{I}_C$, получим составляющие обратной последовательности: $\dot{I}_{A2}, \dot{I}_{B2}, \dot{I}_{C2}$.

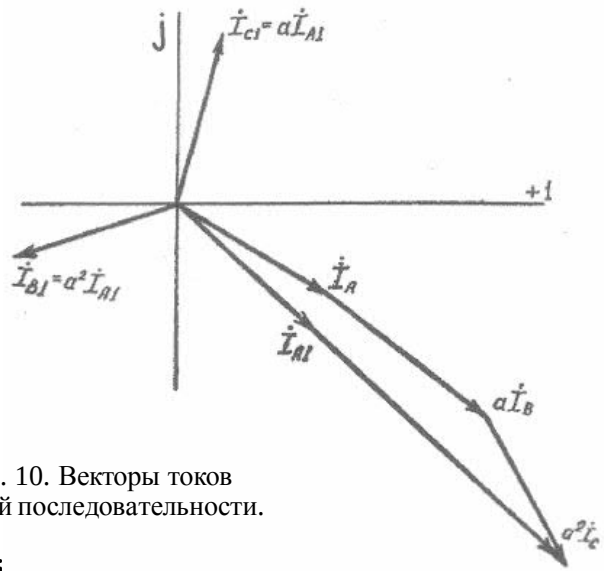

Рис. 10. Векторы токов прямой последовательности.

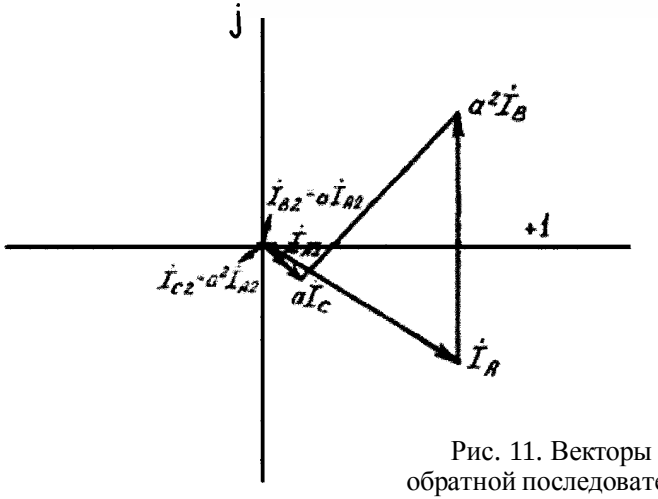

Рис. 11. Векторы токов обратной последовательности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аполлонский, С.М. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебное пособие / С.М. Аполлонский. - СПб.: Лань, 2018. - 592 с.
2. Белов, Н.В. Электротехника и основы электроники: Учебное пособие / Н.В. Белов, Ю.С. Волков. - СПб.: Лань, 2018. - 432 с.
3. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник для бакалавров / Л.А. Бессонов. - М.: Юрайт, 2015. - 701 с.
4. Буртаев, Ю.В. Теоретические основы электротехники: Учебник / Ю.В. Буртаев, П.Н. Овсянников; Под ред. М.Ю. Зайчик. - М.: ЛИБРОКОМ, 2016. - 552 с.
5. Гальперин, М.В. Электротехника и электроника: Учебник / М.В. Гальперин. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 480 с.
6. Ермуратский, П.В. Электротехника и электроника / П.В. Ермуратский, Г.П. Лычкина, Ю.Б. Минкин. - М.: ДМК Пресс, 2018. - 416 с.
7. Жаворонков, М.А. Электротехника и электроника: Учебное пособие для студ. высш. проф. образования / М.А. Жаворонков, А.В. Кузин. - М.: ИЦ Академия, 2016. - 400 с.
8. Иньков, Ю.М. Электротехника и электроника: Учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / Б.И. Петленко, Ю.М. Иньков, А.В. Крашенинников. - М.: ИЦ Академия, 2013. - 368 с.
9. Лоторейчук, Е.А. Теоретические основы электротехники. Учебник / Е.А. Лоторейчук. - М.: ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 320 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 3
1. Переходные процессы в линейных электрических цепях 4
2. Расчет трехфазных цепей при помощи комплексных чисел 19
Список использованной литературы 27

Ж Ж Ж

Лицензия: ЛР. № 020574 от 6 мая 1998 г.

Подписано в печать 01.10.2021 г. Бумага писчая. Печать трафаретная.
Бумага 60x84 1/16. Усл. печ. л. 1,75. Тираж 35. Заказ 116.

362040, Владикавказ, ул. Кирова, 37.
Типография ФГБОУ ВО «Горский госагроуниверситет»